

Математика

Решаем с Татьяной Борисовной

легко



**МАТЕМАТИКА
ЛЕГКО!**



mathslegko.ru

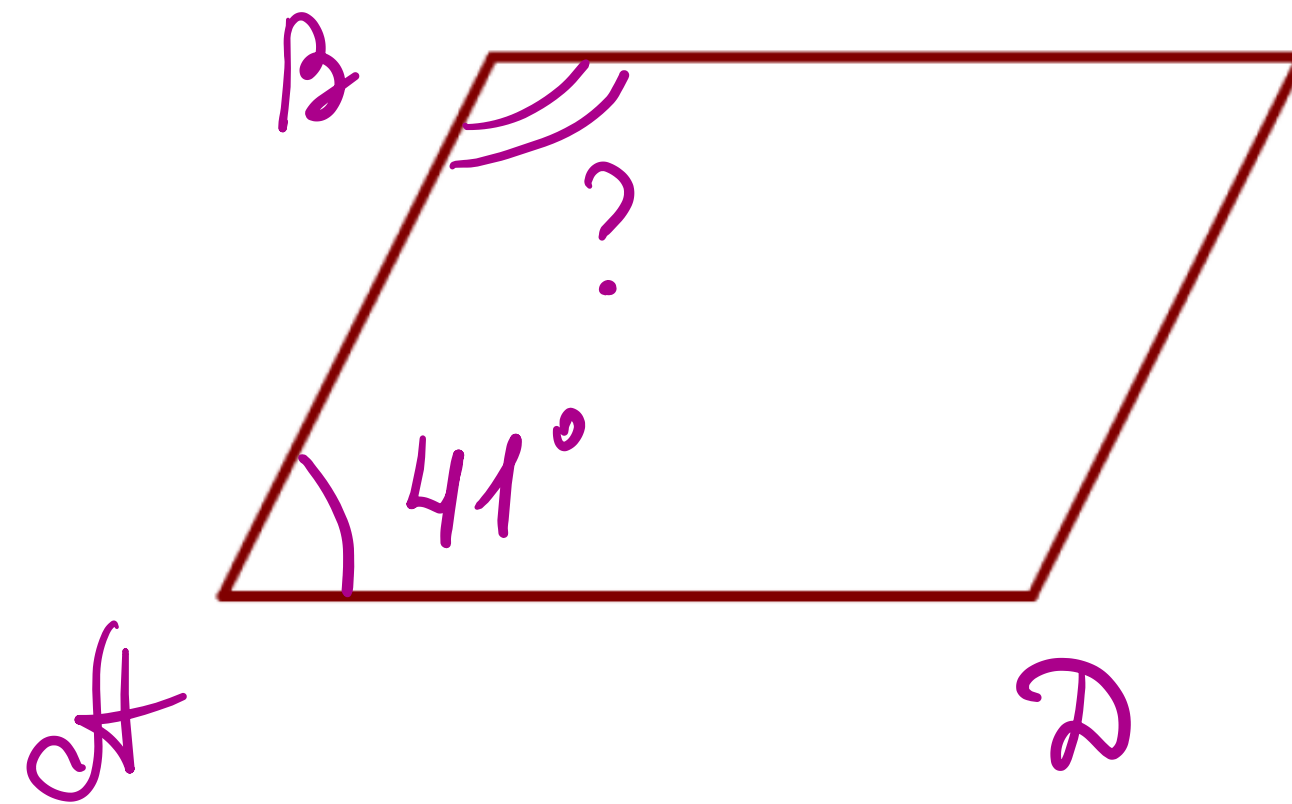
ОГЭ 2024

Задание № 17

Четырехугольники

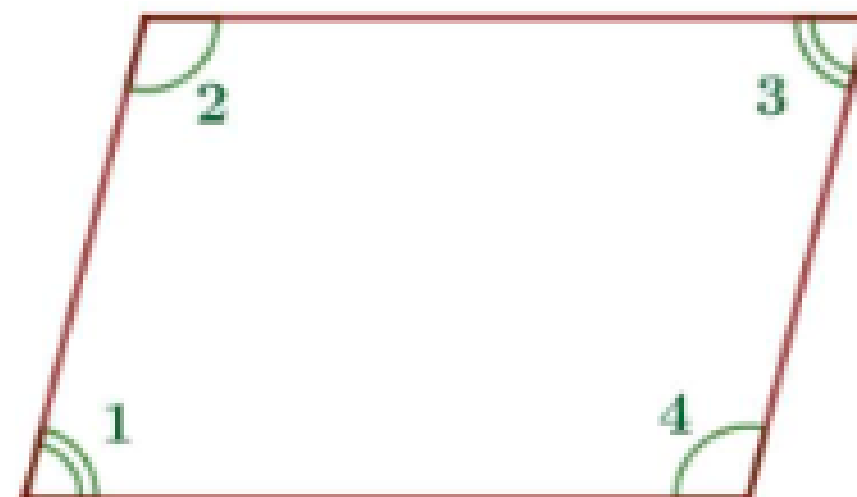
Задание 17. Четырехугольники

1) Параллелограмм



1. Один из углов параллелограмма равен 41° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

$$\begin{aligned}\angle A + \angle B &= 180^\circ \\ \angle B &= 180^\circ - 41^\circ = 139^\circ\end{aligned}$$

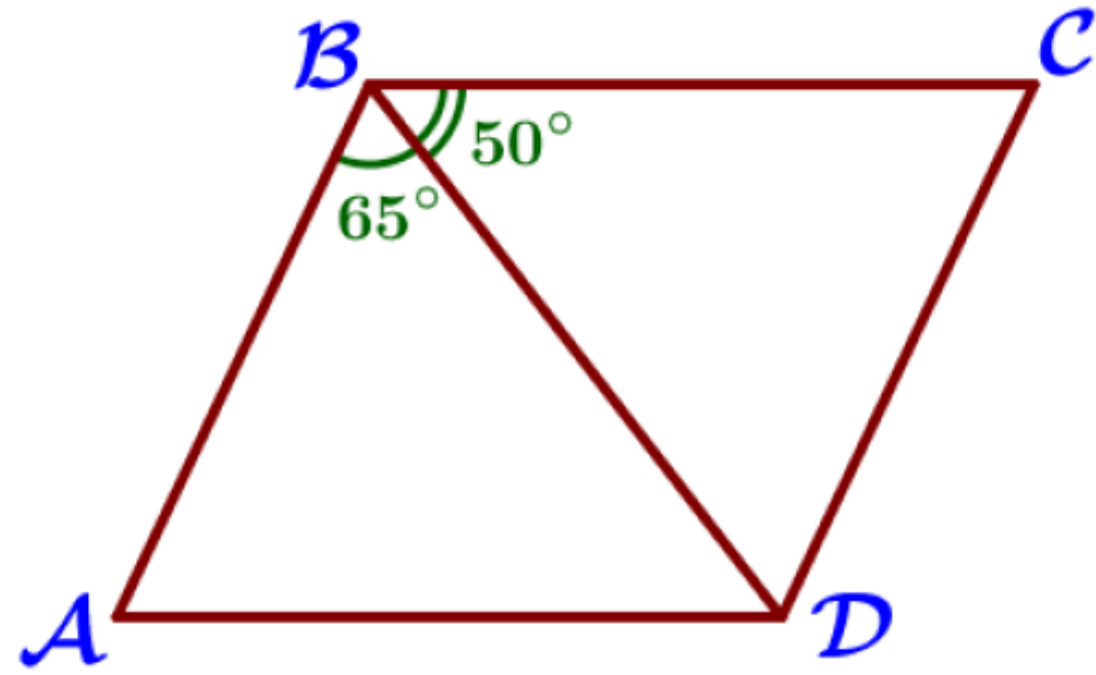


Сумма углов, прилежающих к одной стороне параллелограмма, равна 180° .

Примеры:

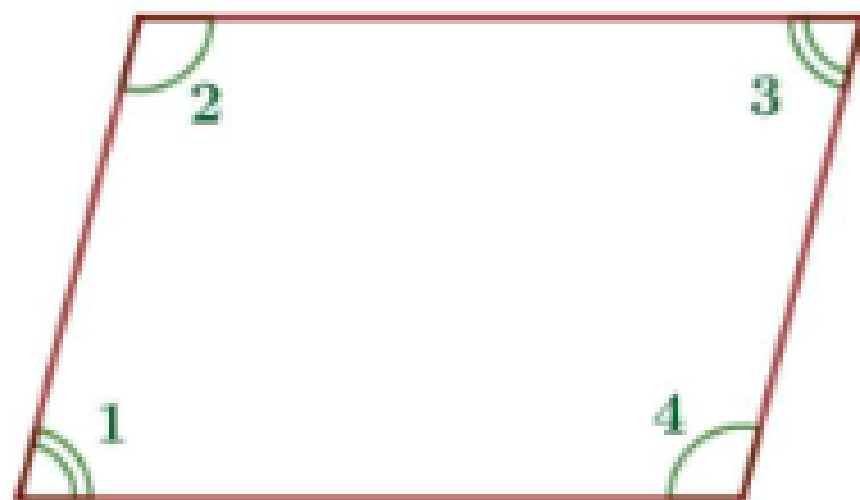
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

Задание 17. Четырехугольники



2. Диагональ BD параллелограмма ABCD образует с его сторонами углы, равные 65° и 50° . Найдите меньший угол параллелограмма.

$$\begin{aligned}\angle B &= 65^\circ + 50^\circ = 115^\circ \\ \angle A &= 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ\end{aligned}$$



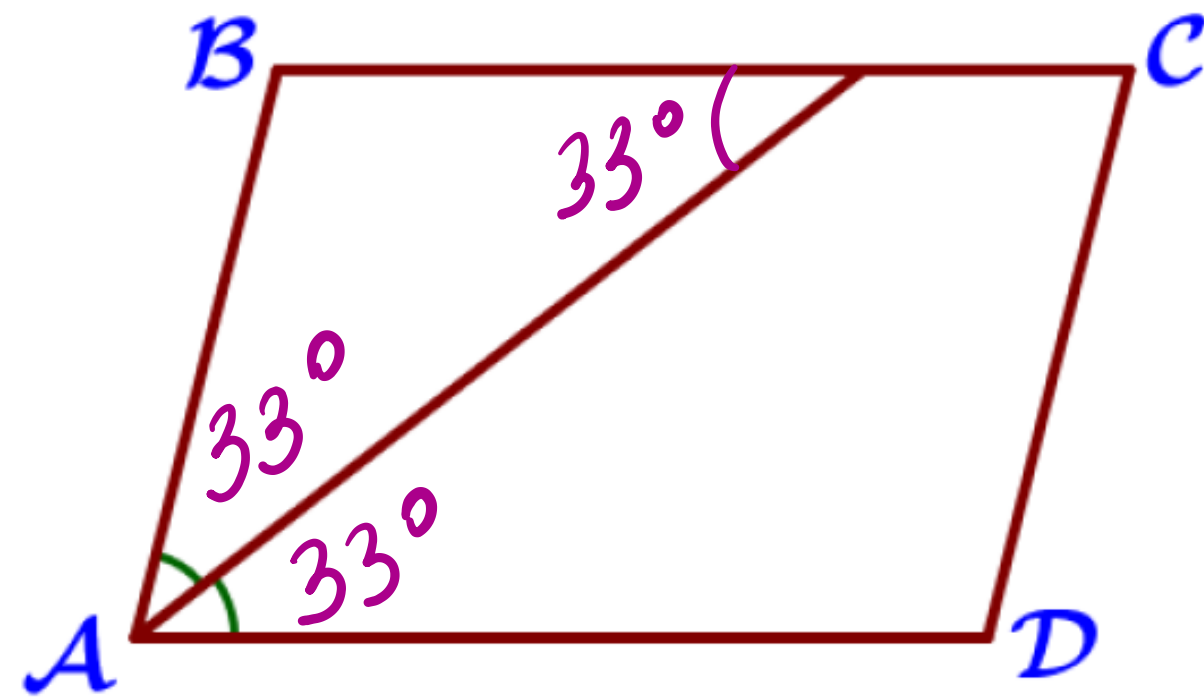
Сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 180° .

Примеры:

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

Задание 17. Четырехугольники

3. Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 33° . Ответ дайте в градусах.



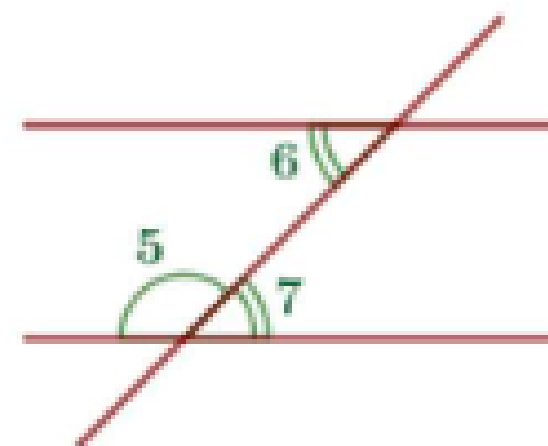
$$\angle BKA = \angle KAD = 33^\circ$$

(накрест лежащие)

$$\angle BAK = \angle KAD = 33^\circ$$

(AK – биссектриса)

Итого. $\angle BAD = 33^\circ \cdot 2 = 66^\circ$



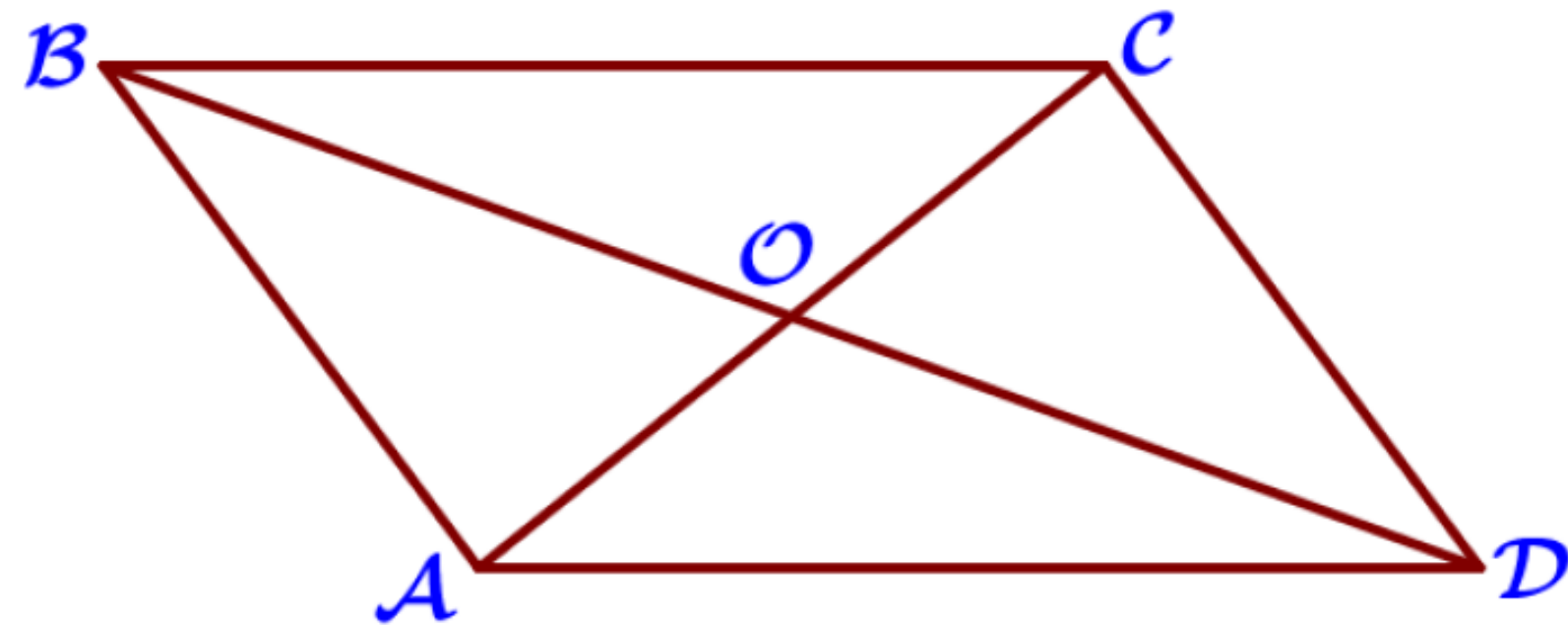
Если две параллельные прямые пересечены секущей, то:

а) сумма односторонних углов равна 180° :

$$\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ;$$

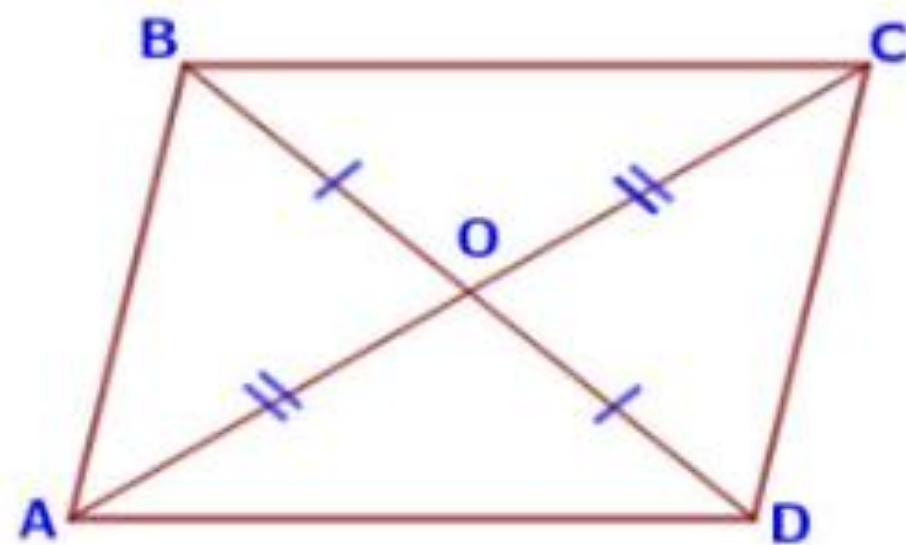
б) накрест лежащие углы равны: $\angle 6 = \angle 7$.

Задание 17. Четырехугольники



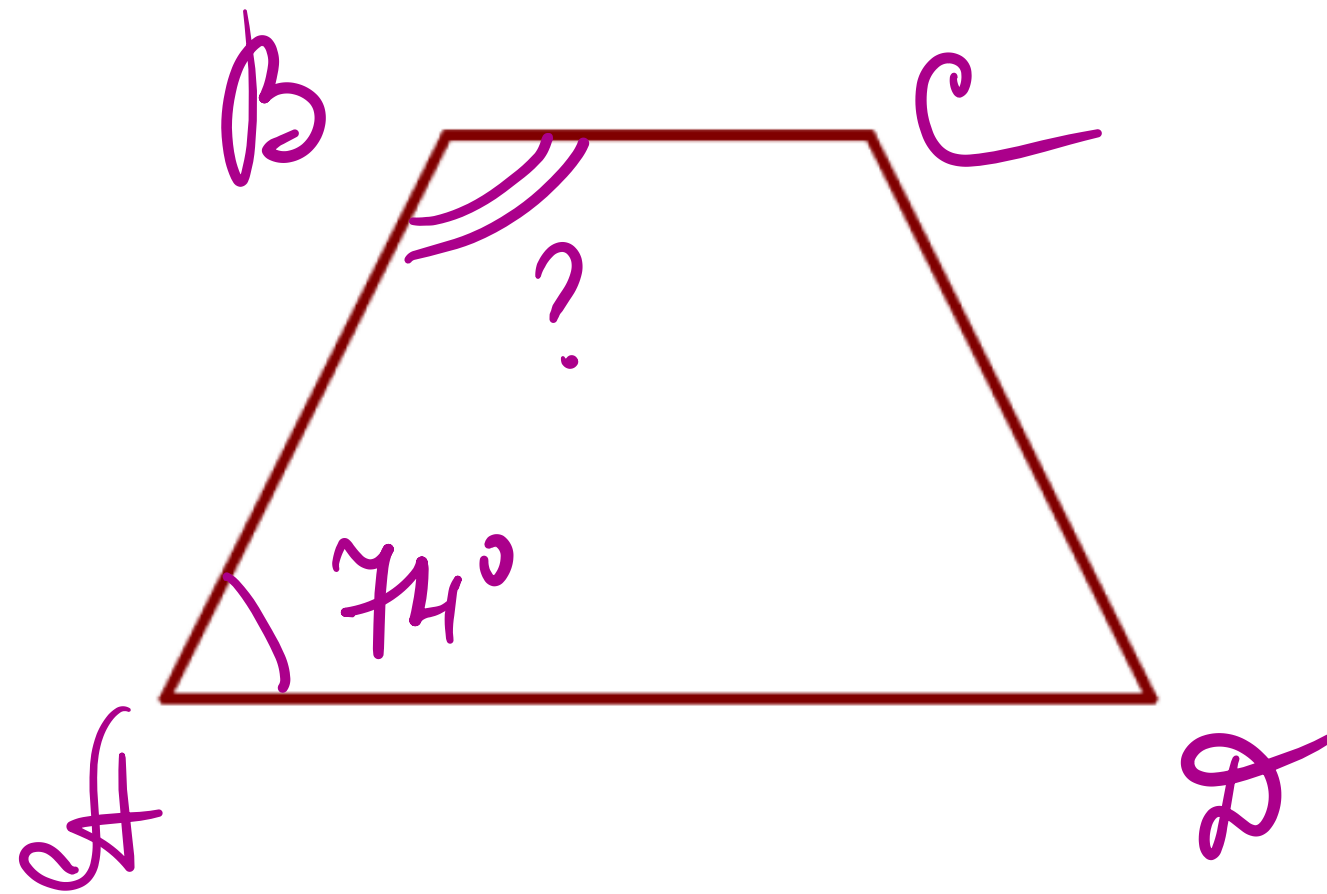
4. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, $AC=10$, $BD=22$, $AB=9$. Найдите DO.

$$DO = BO = BD : 2 = 22 : 2 = 11$$



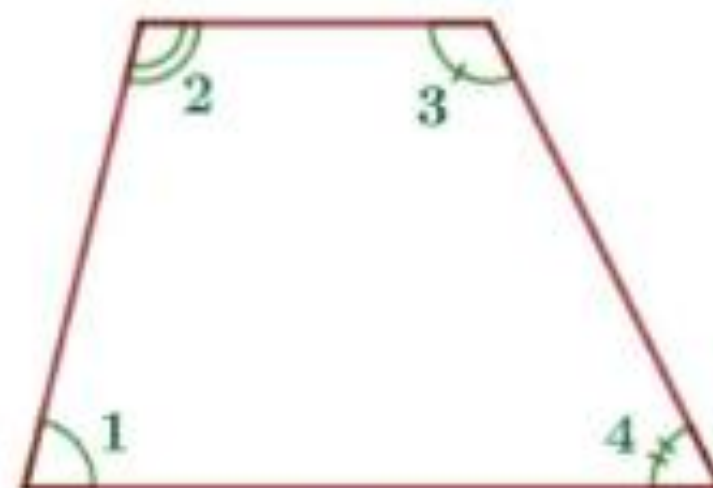
Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

$$AO = OC, \quad BO = OD$$

II) Трапеция

5. Один из углов равнобедренной трапеции равен 74° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

$$\begin{aligned}\angle A + \angle B &= 180^\circ \\ \angle B &= 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ\end{aligned}$$

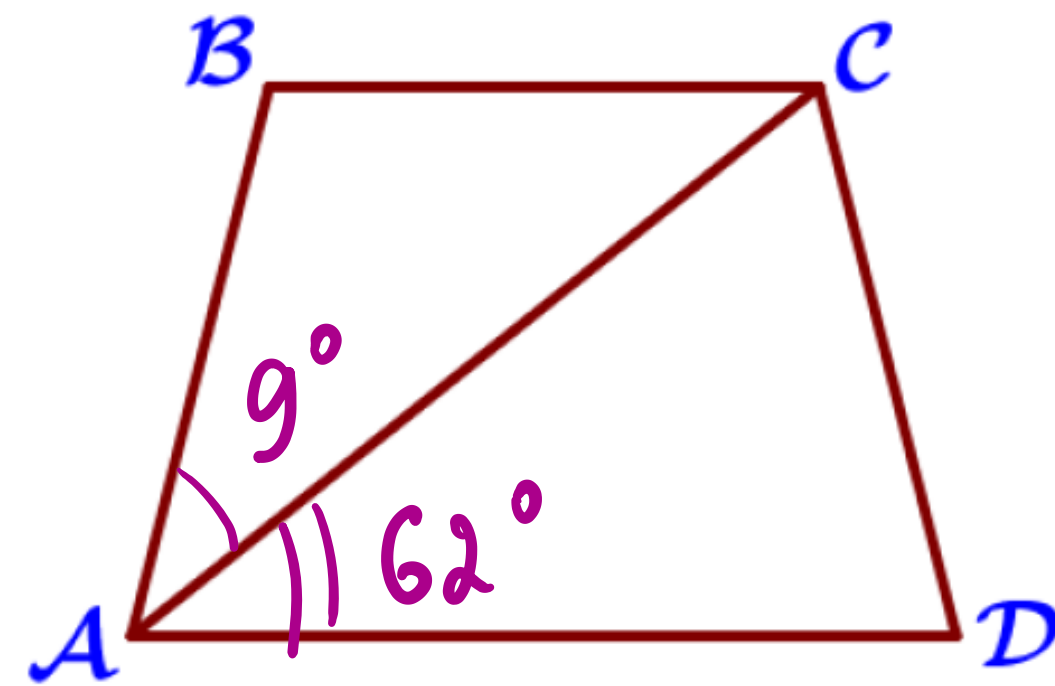


Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180° .

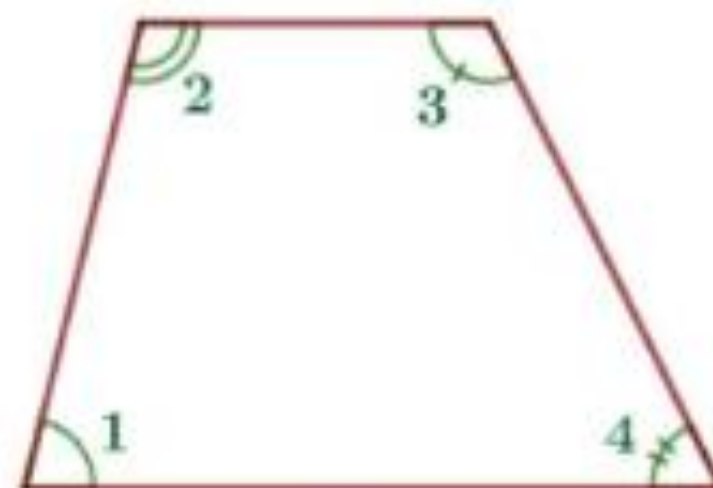
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

Задание 17. Четырехугольники

6. Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 62° и 9° соответственно.



$$\angle A = 62^\circ + 9^\circ = 71^\circ$$
$$\angle B = 180^\circ - 71^\circ = 109^\circ$$

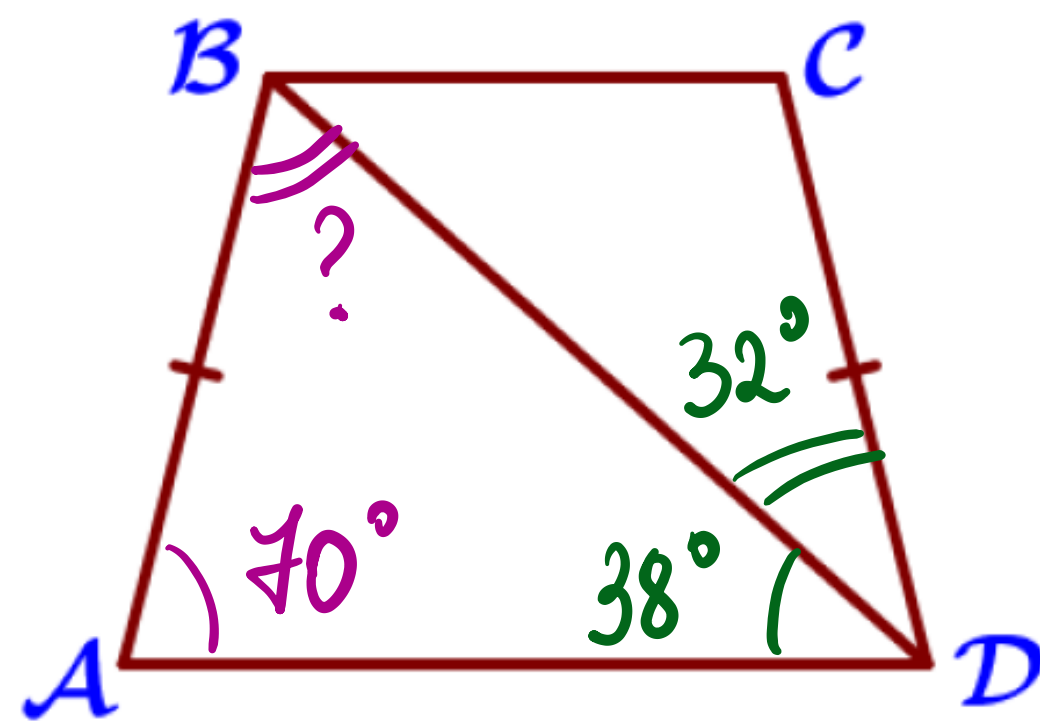


Сумма углов, прилежающих к боковой стороне трапеции, равна 180° .

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

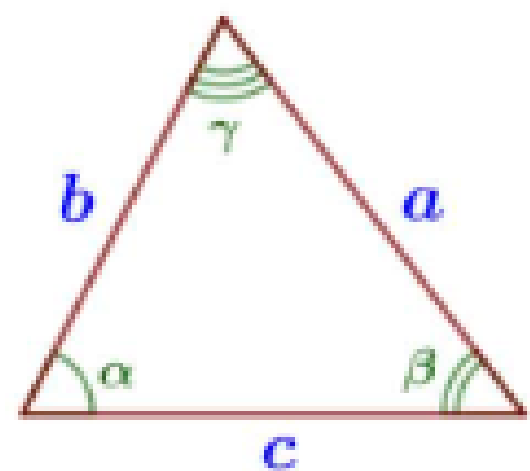
Задание 17. Четырехугольники

7. В трапеции ABCD $AB=CD$, $\angle BDA=38^\circ$ и $\angle BDC=32^\circ$. Найдите $\angle ABD$. Ответ дайте в градусах.

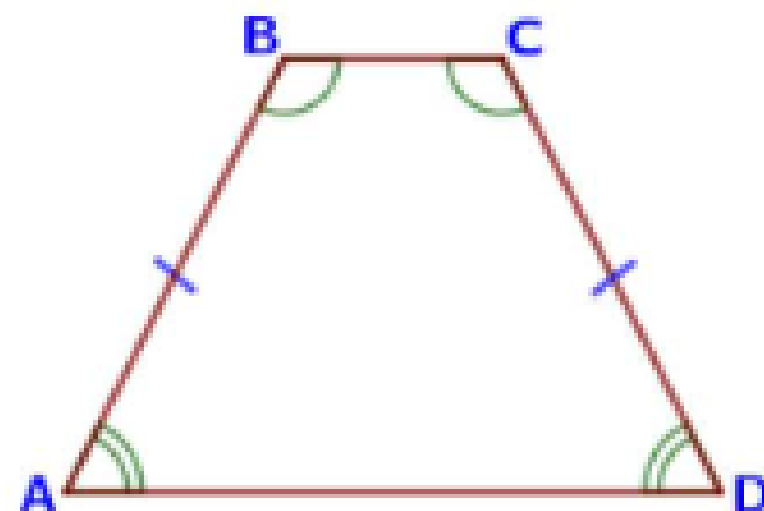


$$\begin{aligned} 1) \angle D &= 38^\circ + 32^\circ = 70^\circ \\ \angle A &= \angle D = 70^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \angle ABD &= 180^\circ - (70^\circ + 38^\circ) = \\ &= 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \end{aligned}$$



Сумма углов треугольника равна 180° :
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

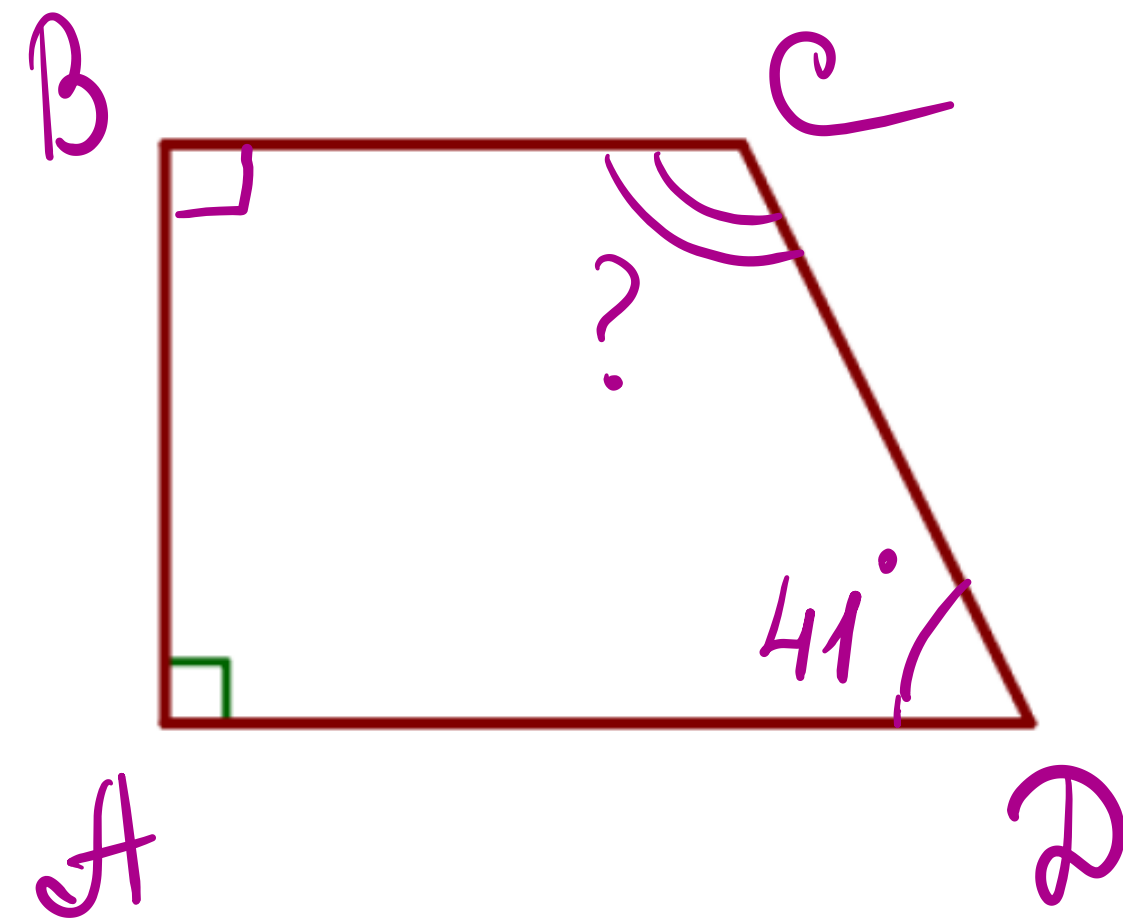


Трапеция называется равнобедренной, если её боковые стороны равны.

$$AB=CD$$

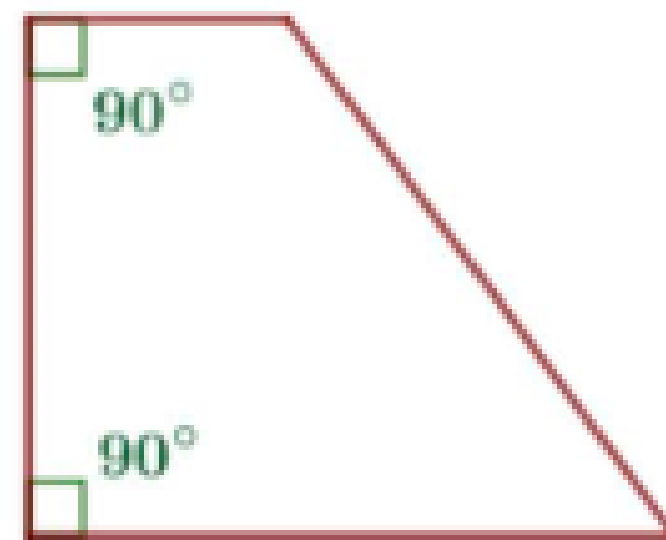
В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

Задание 17. Четырехугольники

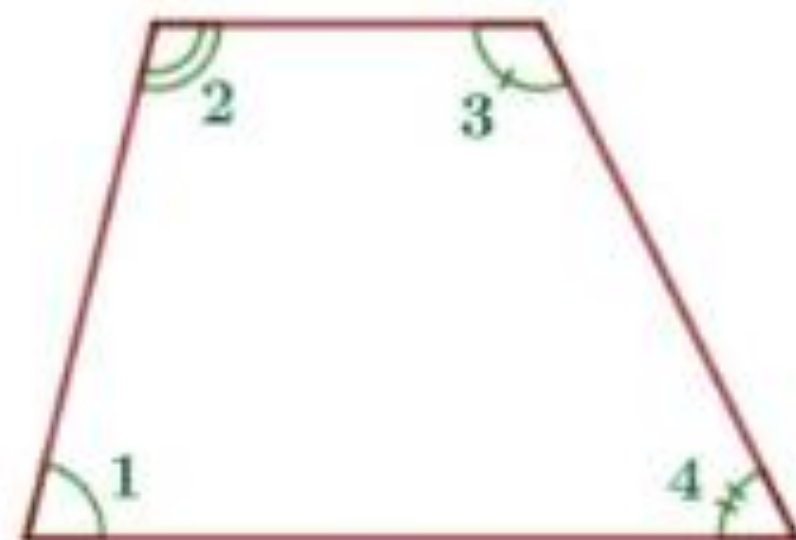


8. Один из углов прямоугольной трапеции равен 41° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

$$\begin{aligned}\angle C + \angle D &= 180^\circ \\ \angle C &= 180^\circ - 41^\circ = 139^\circ\end{aligned}$$



У прямоугольной трапеции один из углов прямой.

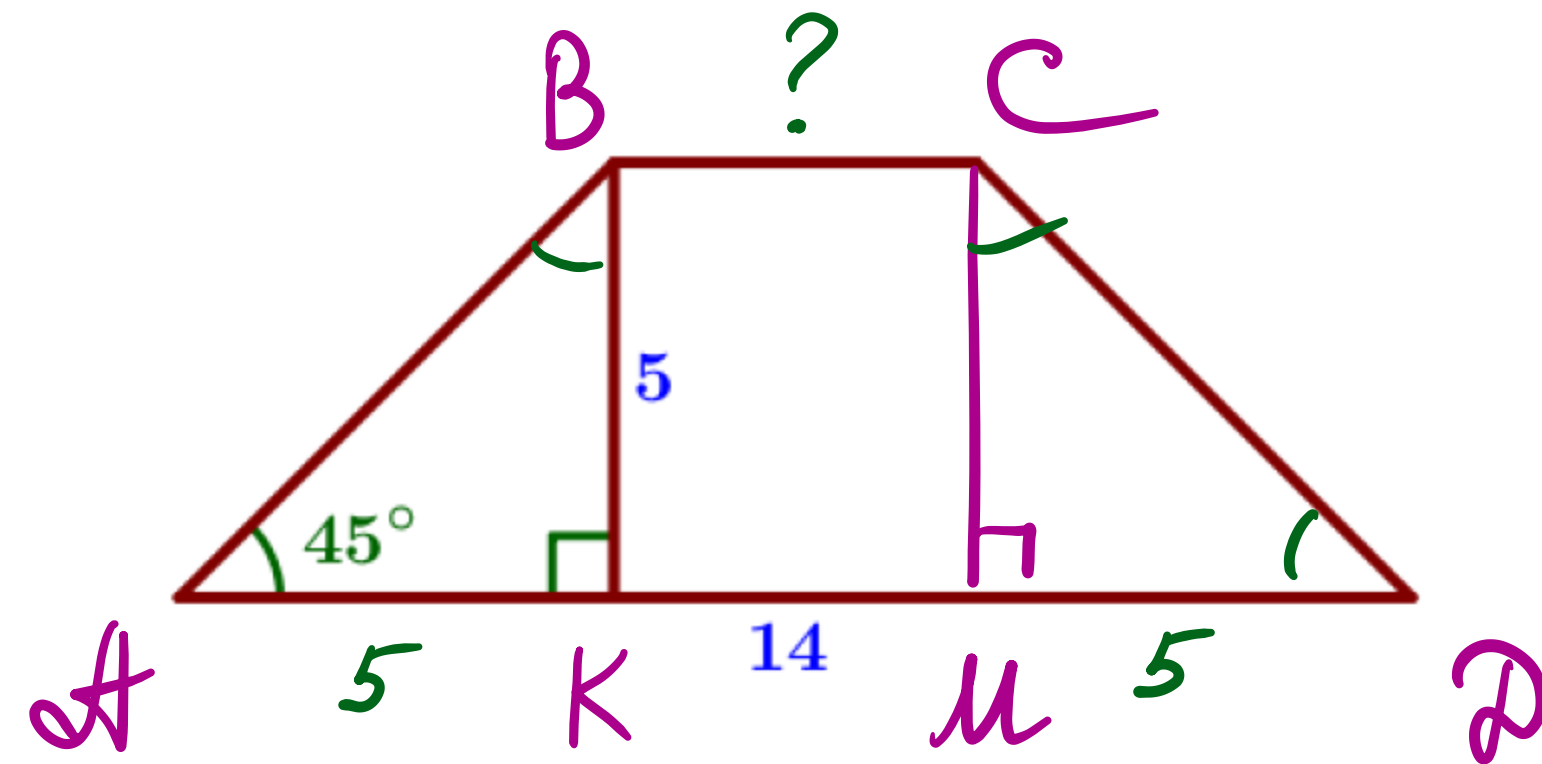


Сумма углов, прилежающих к боковой стороне трапеции, равна 180° .

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

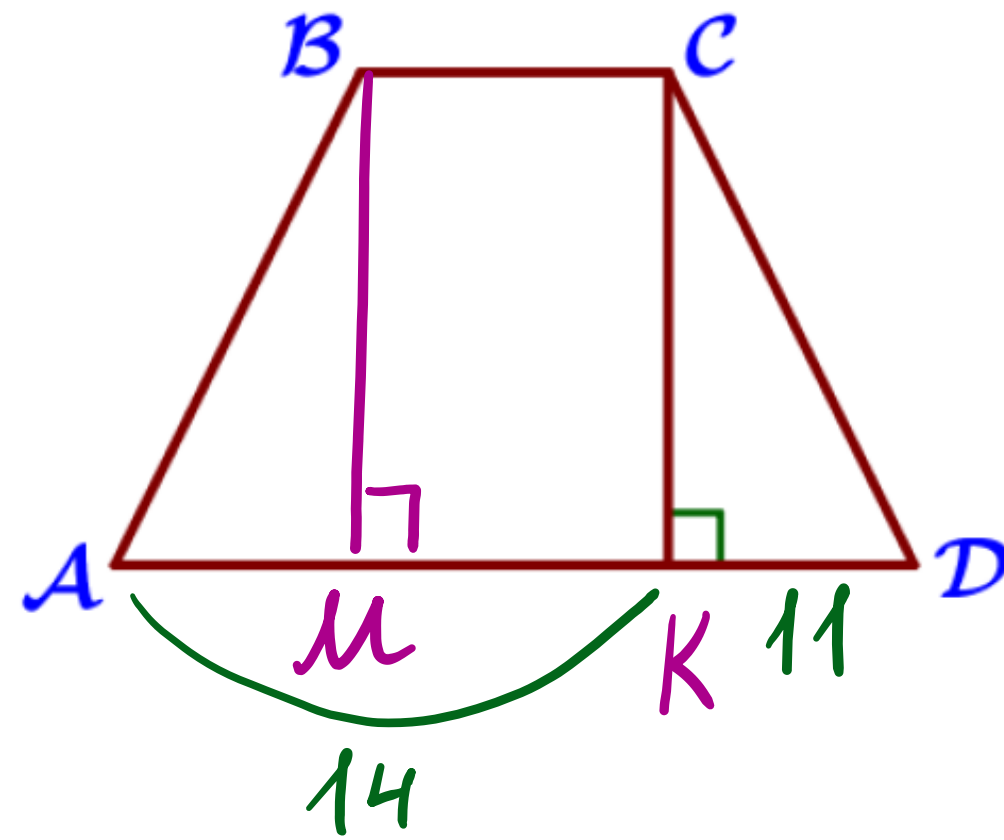
Задание 17. Четырехугольники

9. В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



- 1) $\angle KAB = \angle ABK = 45^\circ \Rightarrow$
 $\triangle ABK - \text{р/с}$ и
 $AK = BK = 5$
- 2) $\angle BAK = \angle CDM = 45^\circ$
 $\angle MCD = \angle CDM = 45^\circ \Rightarrow$
 $\triangle CDM - \text{р/с}$ и
 $CM = MD = 5$
- 3) $BC = KM = 14 - 5 - 5 = 4$

Задание 17. Четырехугольники

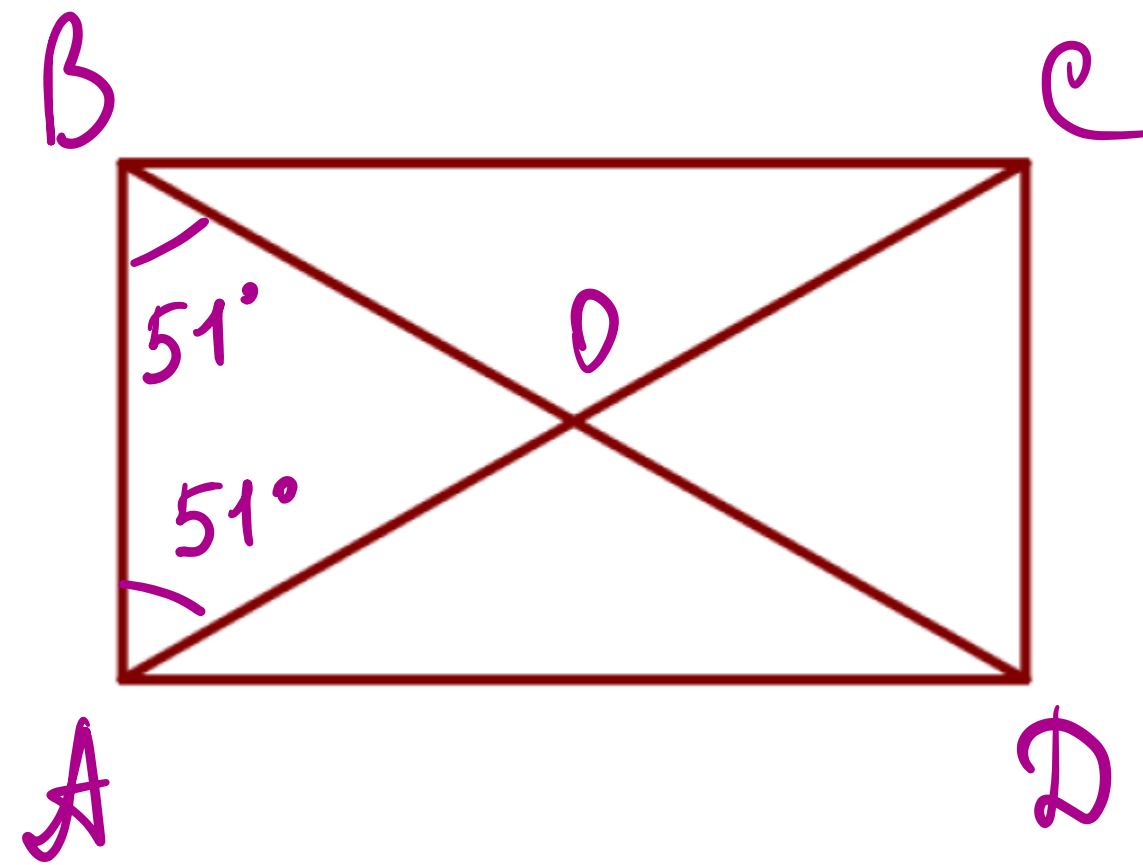


10. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 11 и 14. Найдите длину основания BC.

$$AK = 14, \quad KD = 11$$

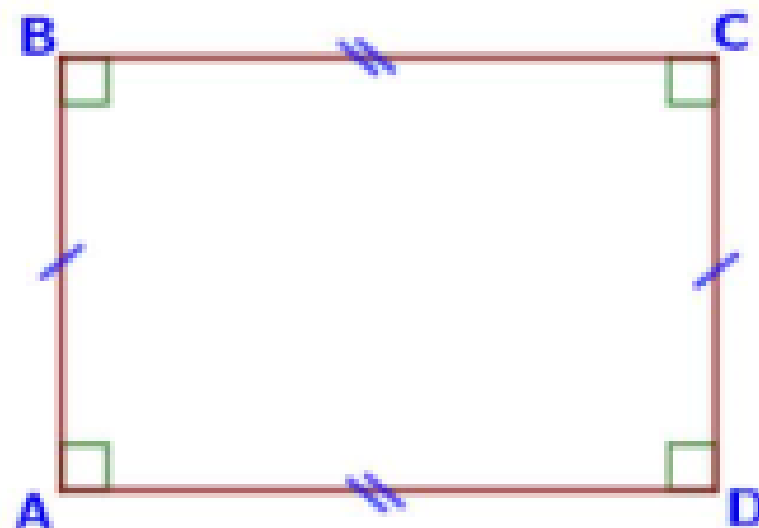
$$AM = KD = 11$$

$$BC = MK = 14 - 11 = 3$$

III) Прямоугольник

11. Диагональ прямоугольника образует угол 51° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

$$\begin{aligned} AO &= BO \Rightarrow \triangle ABO - \text{р/б} \\ \angle BAO &= \angle ABO = 51^\circ \\ \angle BOA &= 180^\circ - 2 \cdot 51^\circ = 78^\circ \end{aligned}$$

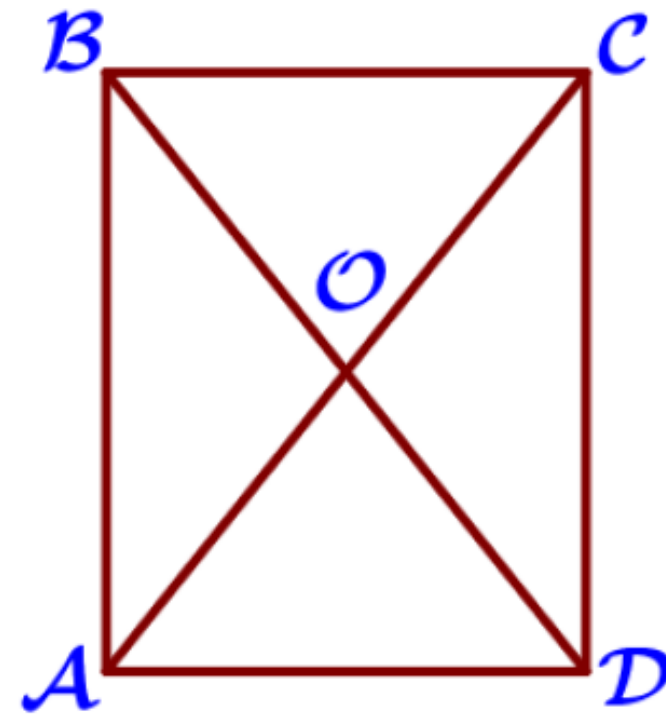


Все углы прямоугольника – прямые, а противоположные стороны – равны.

$$\angle A = \angle C = \angle B = \angle D = 90^\circ$$

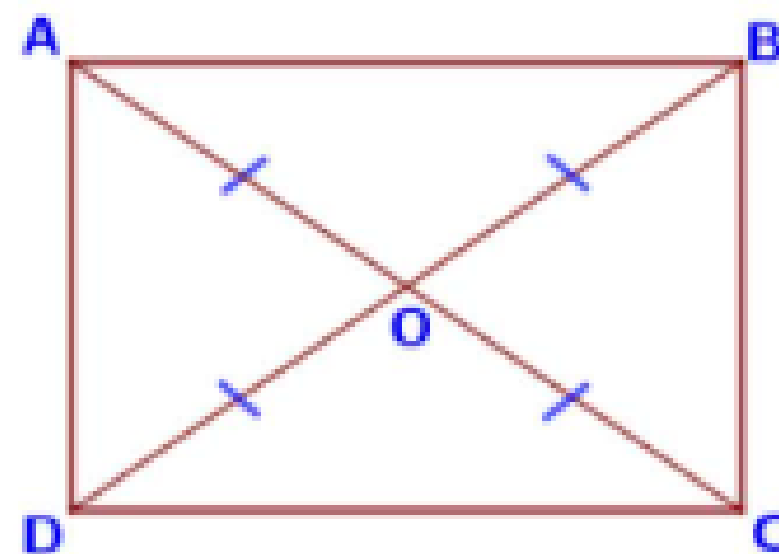
$$AB = CD, \quad BC = AD$$

Задание 17. Четырехугольники



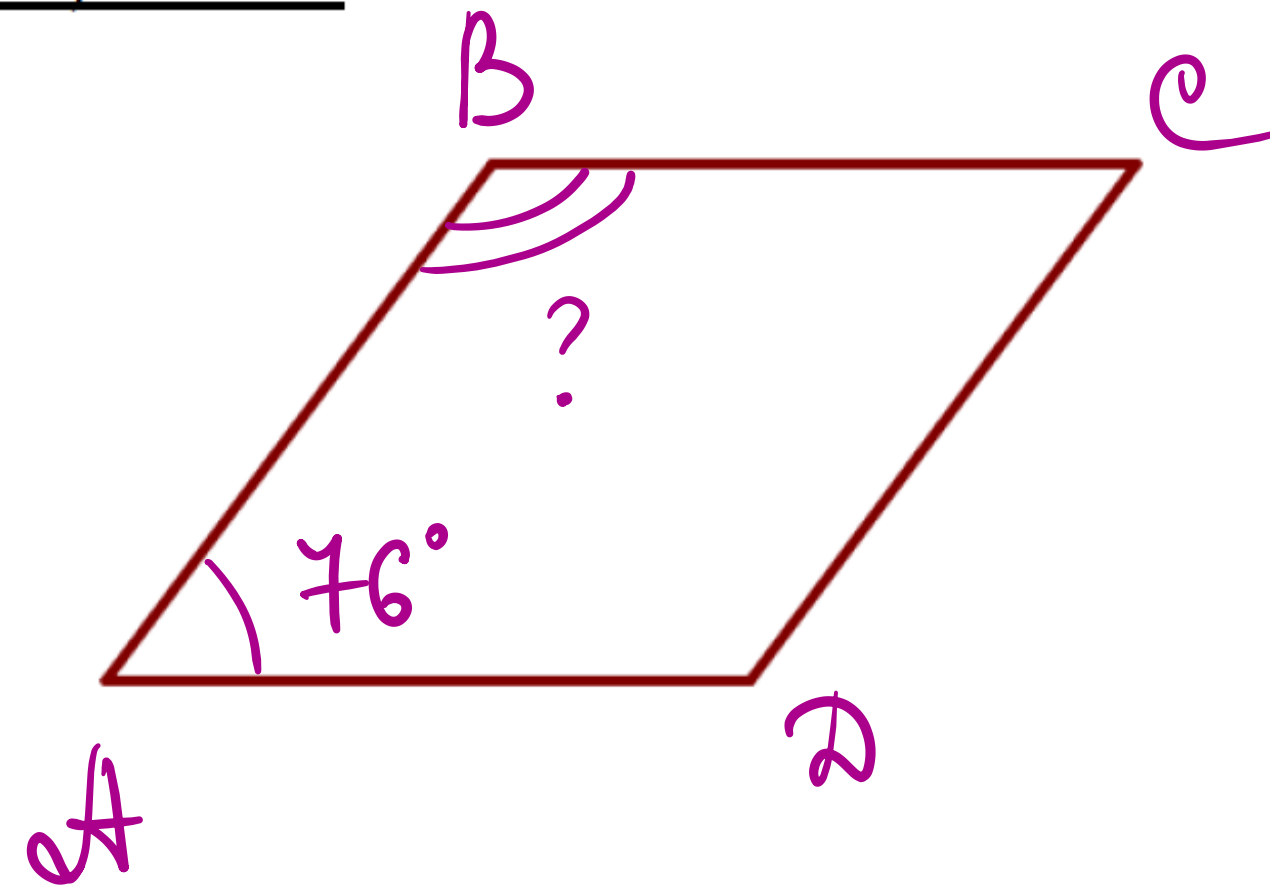
12. Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, $BO=37$, $AB=56$. Найдите AC.

$$BO = OD = AO = OC = 37$$
$$AC = AO + OC = 37 \cdot 2 = 74$$



Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам.

$$AO = BO = CO = DO$$

IV) Ромб

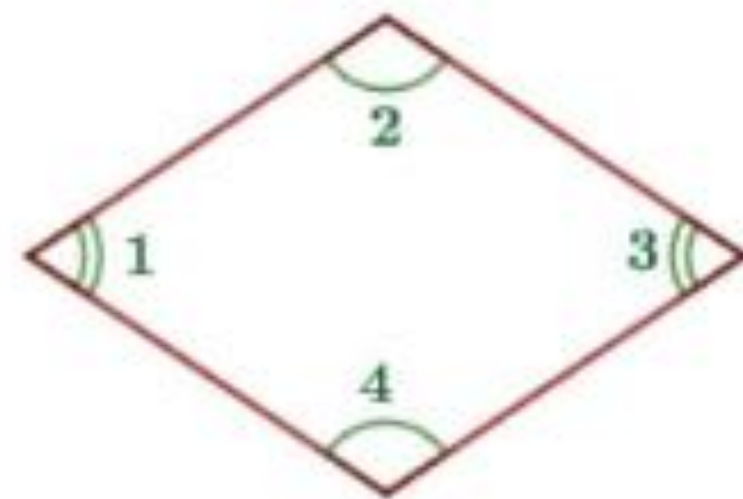
13. Один из углов ромба равен 76° . Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$$

В ромбе все стороны равны и противоположные углы равны.

$$\angle 1 = \angle 3, \quad \angle 2 = \angle 4$$

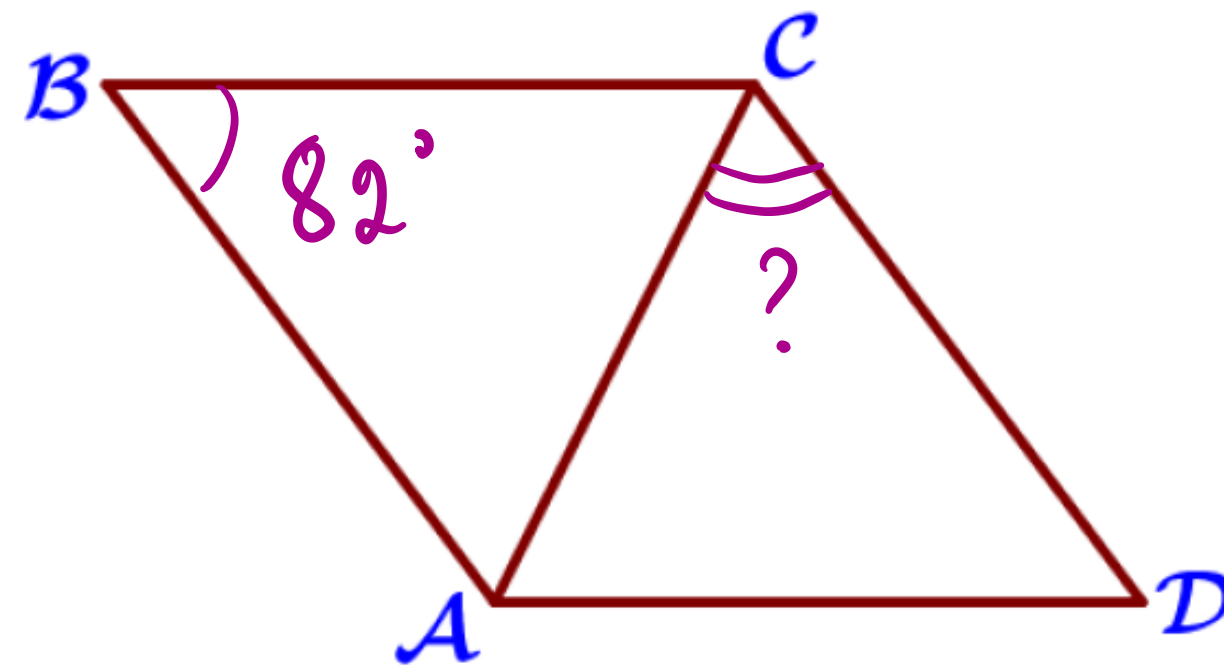


Сумма углов, прилежащих к одной стороне ромба, равна 180° .

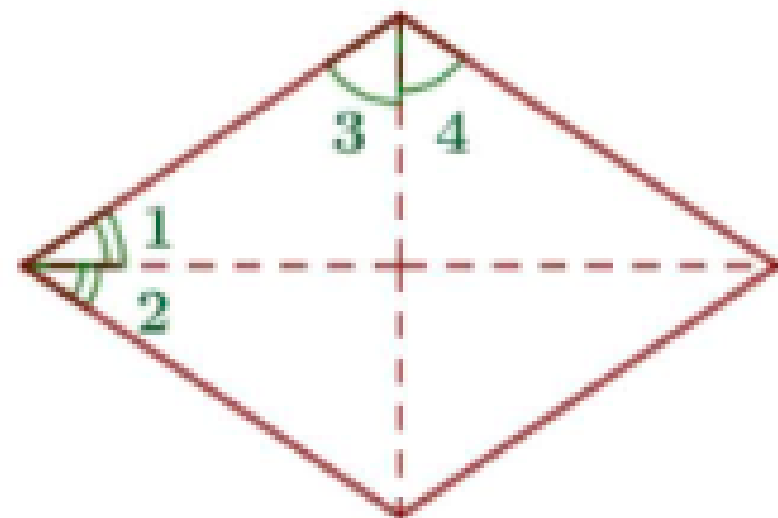
Примеры:

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

Задание 17. Четырехугольники



14. В ромбе ABCD угол ABC равен 82° .
Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

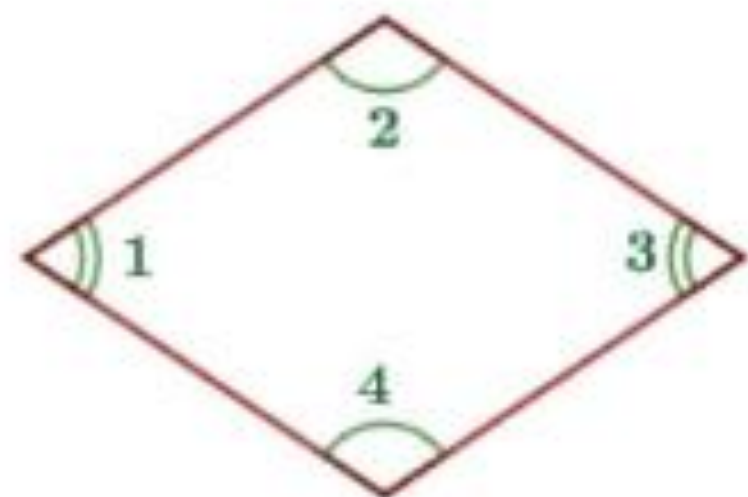


Диагонали ромба делят его углы пополам.

$$\angle 1 = \angle 2, \quad \angle 3 = \angle 4$$

Периметр ромба: $P = 4a$.

$$\begin{aligned}\angle B &= \angle D = 82^\circ \\ \angle C + \angle D &= 180^\circ \\ \angle C &= 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ \\ \angle ACD &= 98^\circ : 2 = 49^\circ\end{aligned}$$



В ромбе все стороны равны и противоположные углы равны.

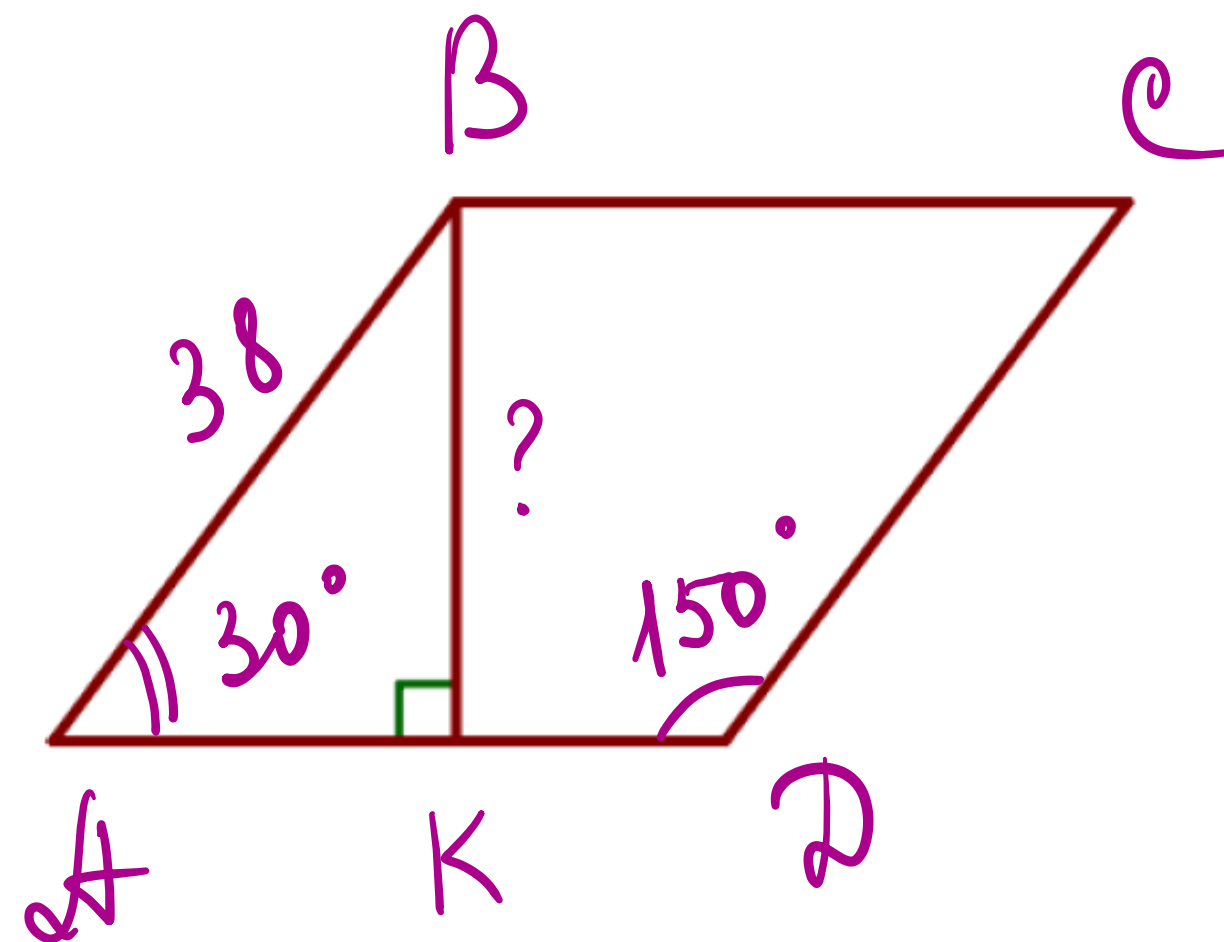
$$\angle 1 = \angle 3, \quad \angle 2 = \angle 4$$

Сумма углов, прилежащих к одной стороне ромба, равна 180° .

Примеры:

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

Задание 17. Четырехугольники

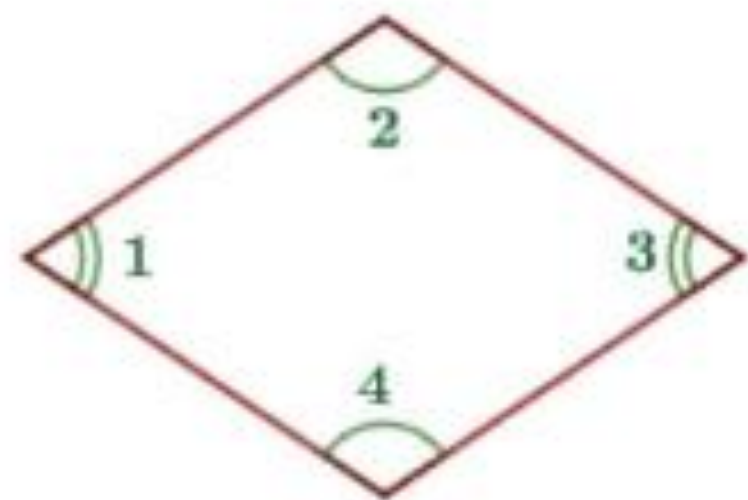
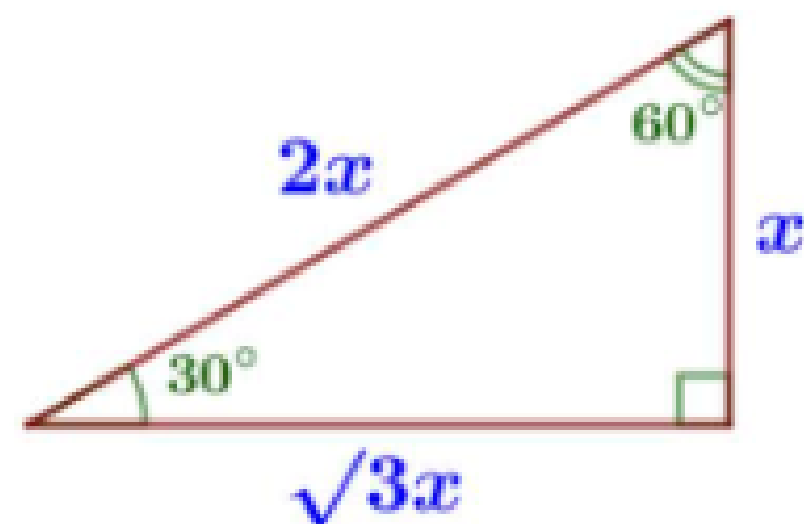


15. Сторона ромба равна 38, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту этого ромба.

$$\begin{aligned}\angle A + \angle D &= 180^\circ \\ \angle A &= 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ\end{aligned}$$

$\triangle ABK$:

$$BK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 38 = 19$$



В ромбе все стороны равны и противоположные углы равны.

$$\angle 1 = \angle 3, \quad \angle 2 = \angle 4$$

Сумма углов, прилежающих к одной стороне ромба, равна 180° .

Примеры:

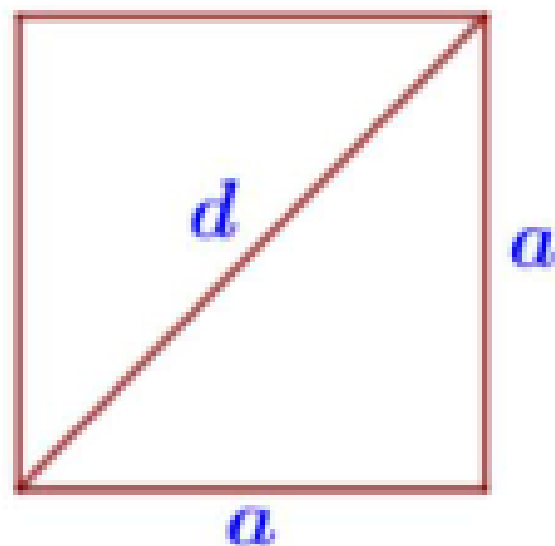
$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

V) Площадь



16. Сторона квадрата равна $2\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.

$$S = a^2$$
$$S = (2\sqrt{2})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 2 = 8$$



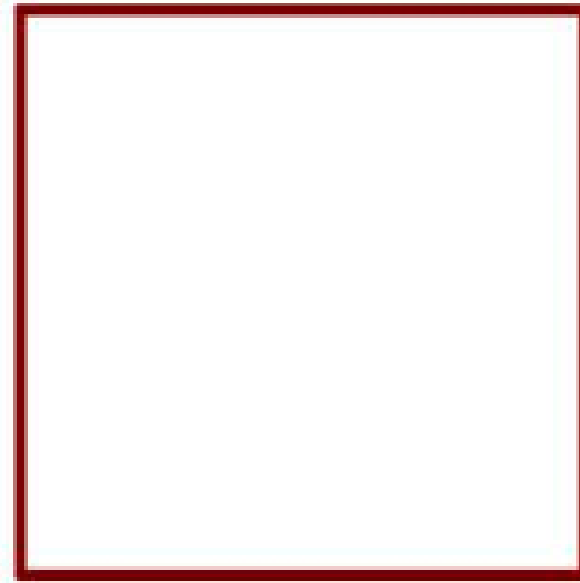
Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

$$S = a^2.$$

Периметр квадрата: $P = 4a$.

По теореме Пифагора: $d^2 = 2a^2$.

Задание 17. Четырехугольники



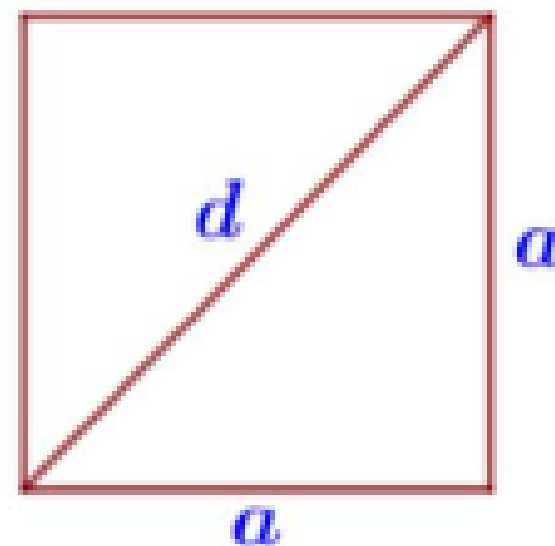
17. Периметр квадрата равен 24. Найдите площадь квадрата.

$$P = 24 \quad P = 4a$$

$$4a = 24$$

$$a = 6$$

$$S = a^2 = 6^2 = 36$$

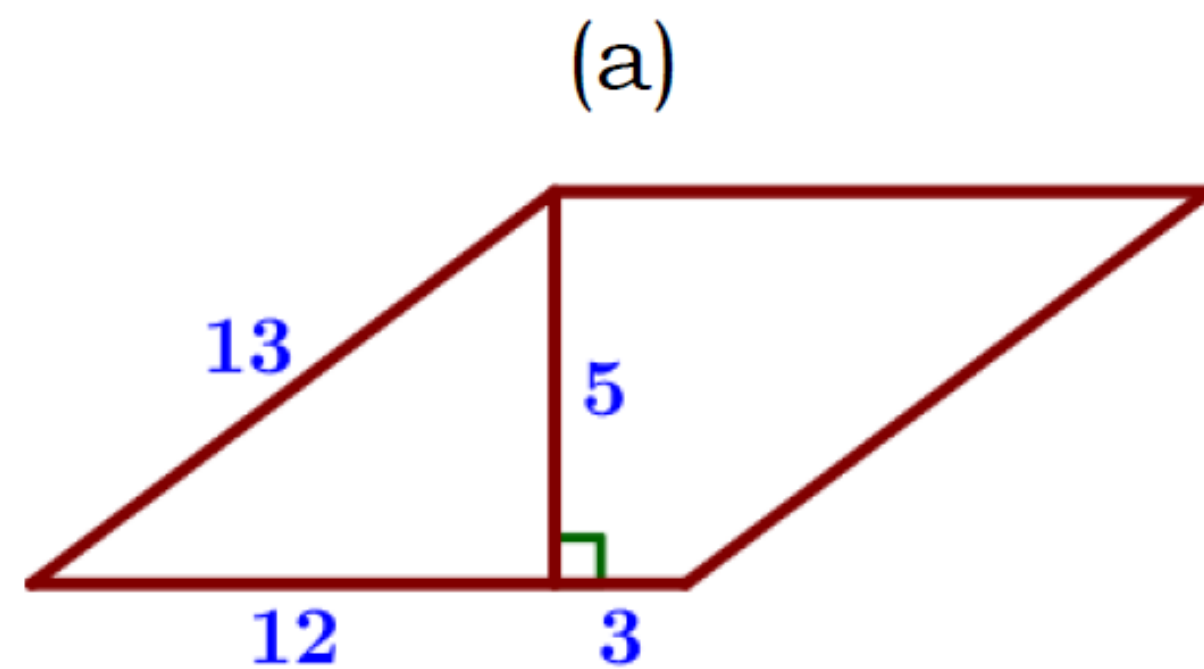


Площадь квадрата равна квадрату его стороны.
 $S = a^2$.

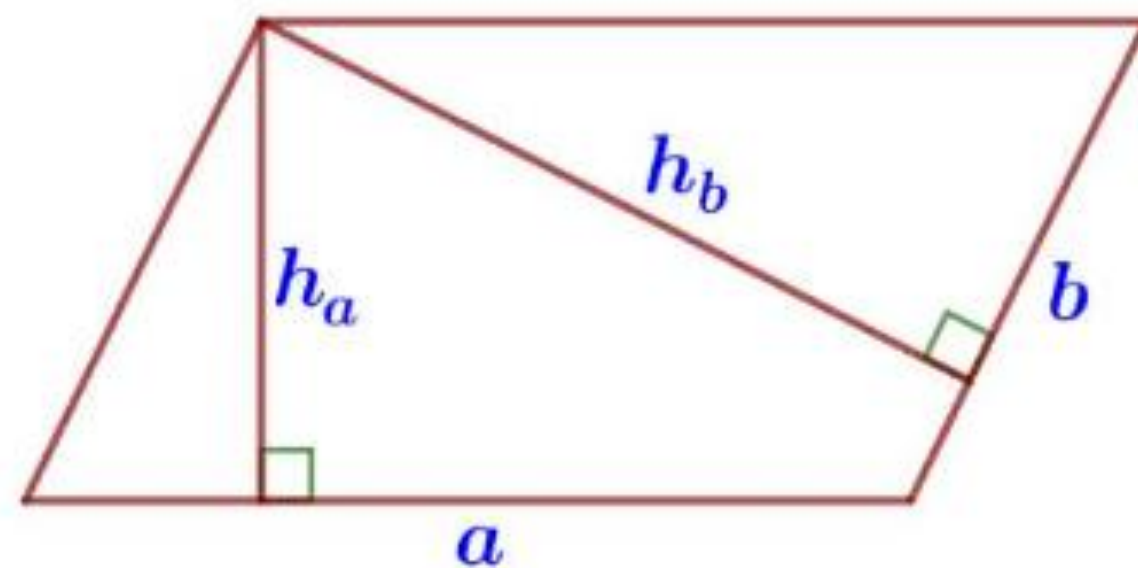
Периметр квадрата: $P = 4a$.

По теореме Пифагора: $d^2 = 2a^2$.

18. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке:



$$a = 12 + 3 = 15$$
$$S = ah = 5 \cdot 15 = 75$$

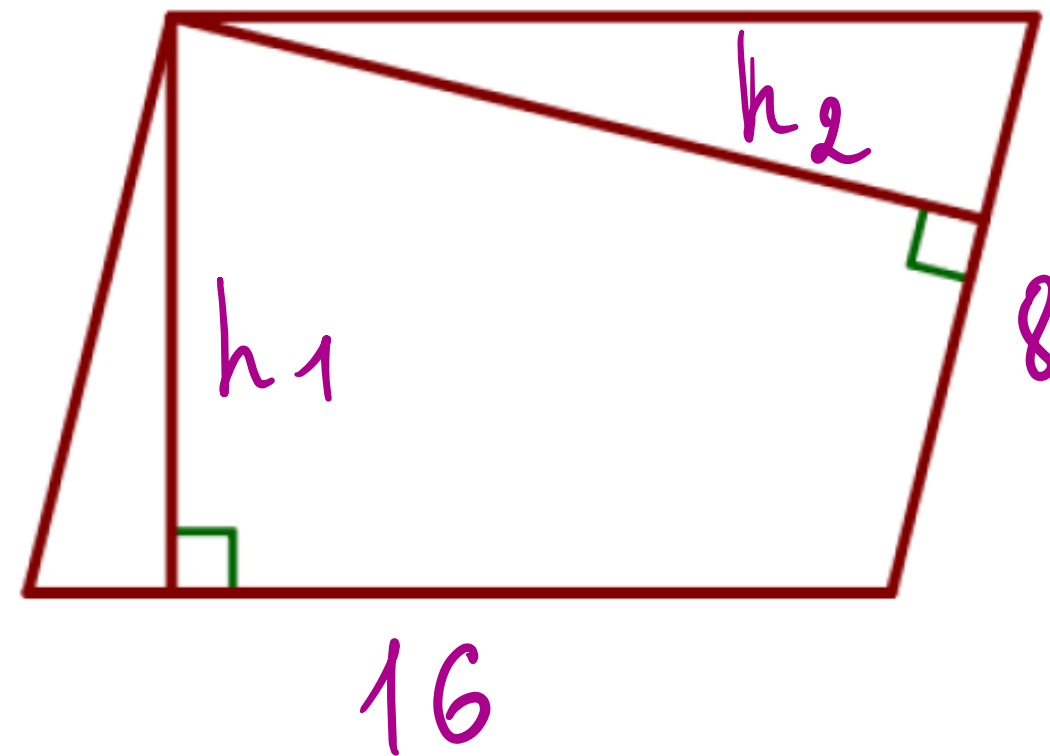


Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

$$S = ah_a = bh_b$$

Задание 17. Четырехугольники

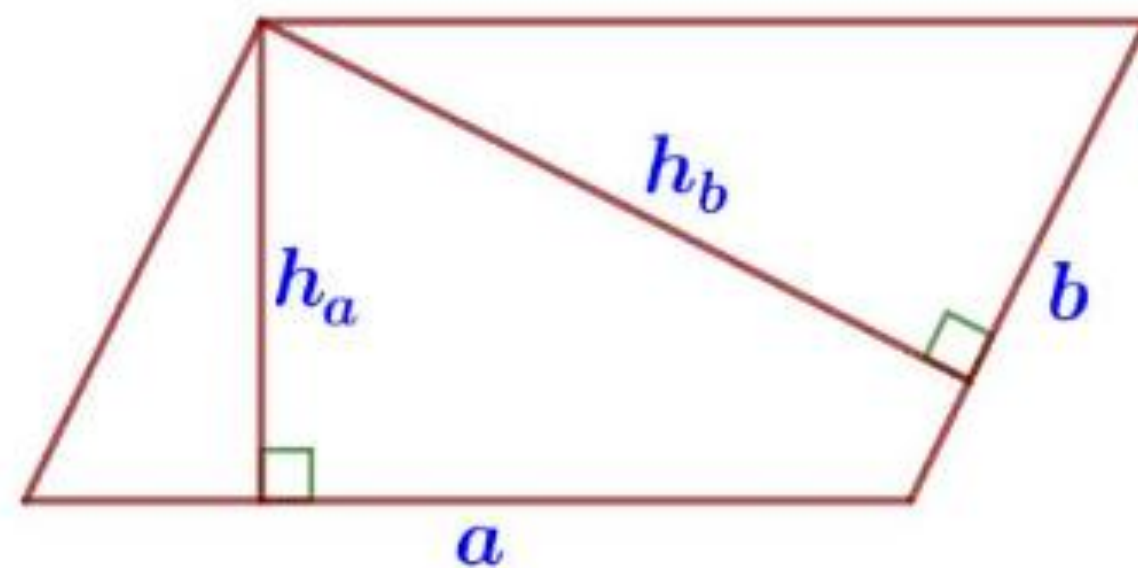
19. Площадь параллелограмма равна 32, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.



$$S = 32$$

$$S = 16 \cdot h_1$$
$$32 = 16 \cdot h_1$$
$$h_1 = 2$$

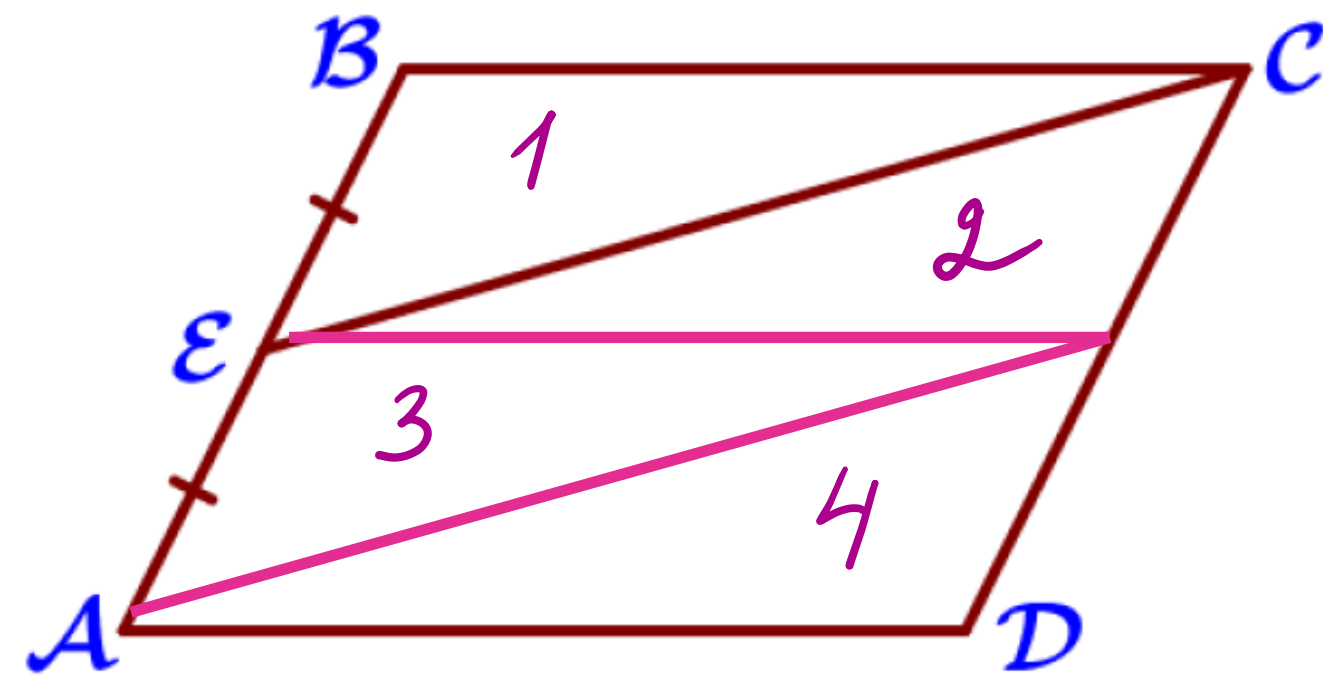
$$S = 8 \cdot h_2$$
$$32 = 8 \cdot h_2$$
$$h_2 = 4$$



Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

$$S = ah_a = bh_b$$

Задание 17. Четырехугольники

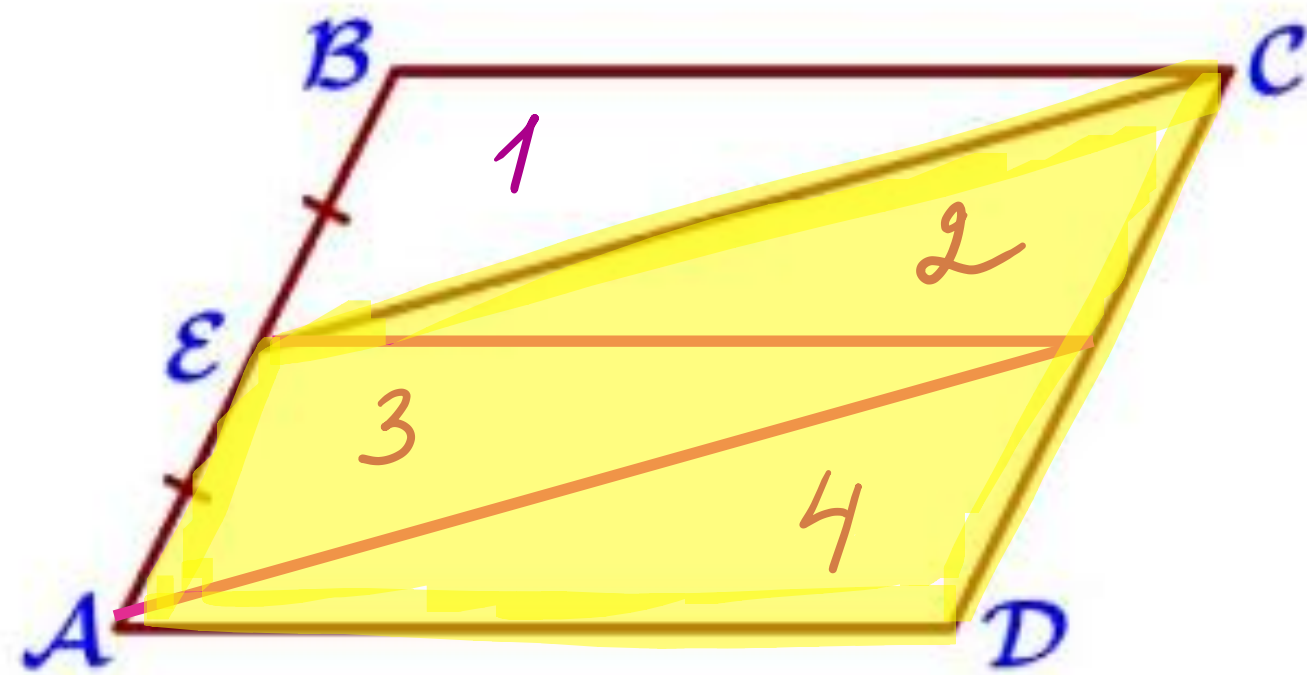


20. Площадь параллелограмма ABCD равна 68. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.

$$S_{ABCD} = 68$$

$$S_{CBE} = 68 : 4 = 17$$

Задание 17. Четырехугольники



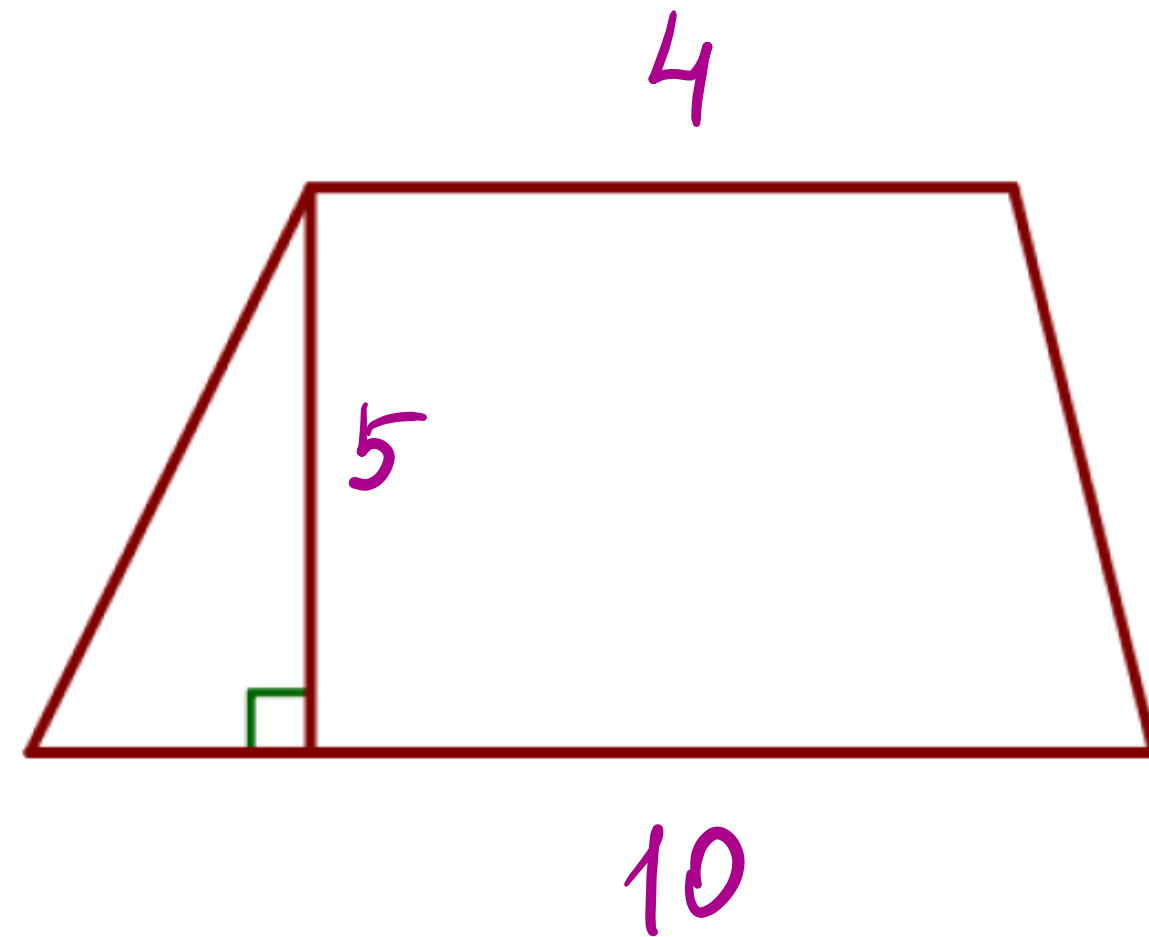
21. Площадь параллелограмма ABCD равна 60. Точка E – середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.

$$S_{ABCD} = 60$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = 60 : 4 = 15$$

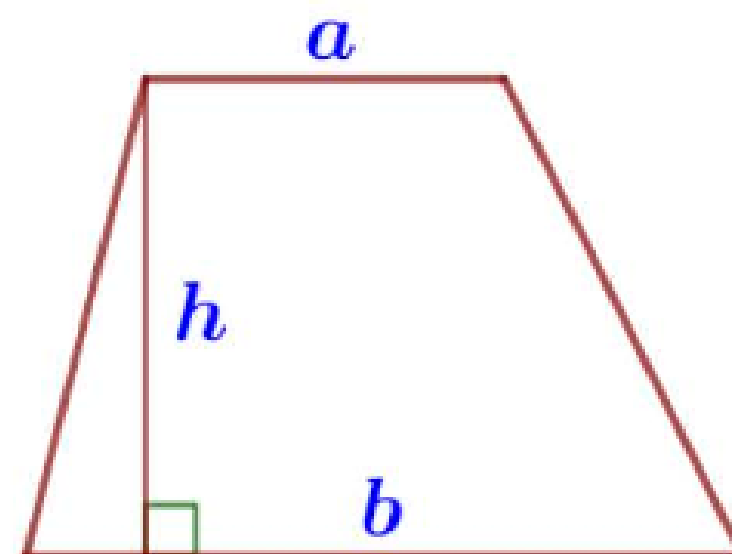
$$S_{DAEC} = 3 \cdot S_1 = 3 \cdot 15 = 45$$

Задание 17. Четырехугольники



22. Основания трапеции равны 4 и 10, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.

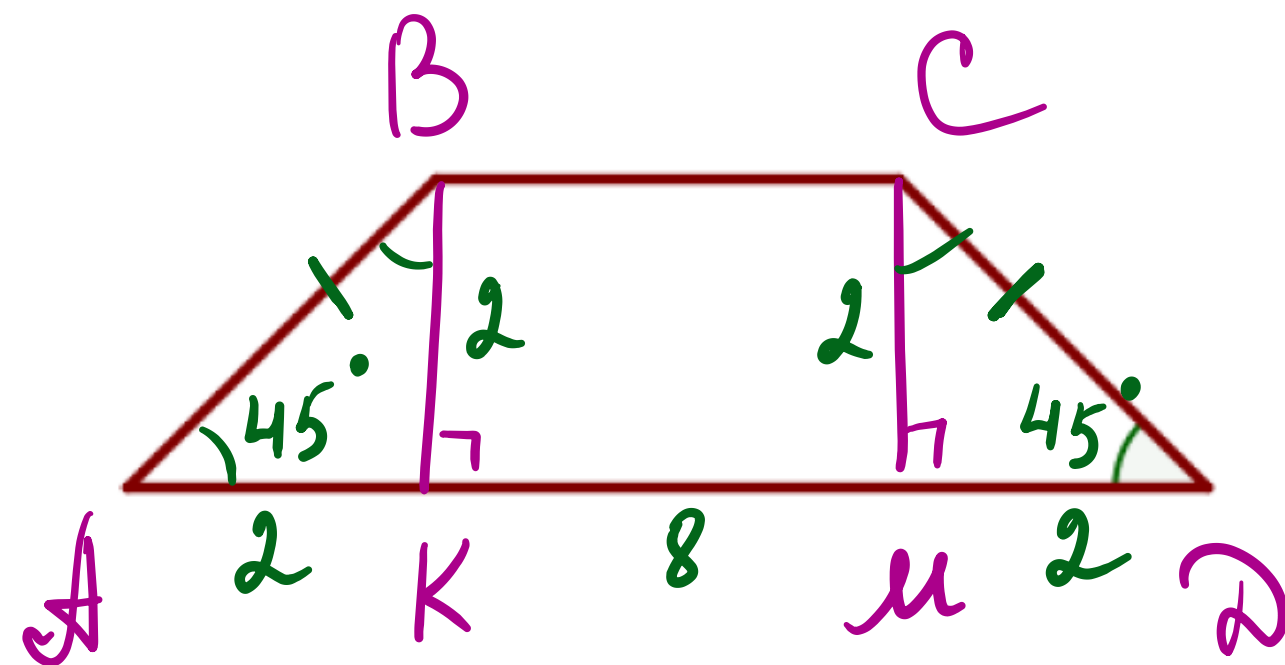
$$S = \frac{4+10}{2} \cdot 5 = \frac{14}{2} \cdot 5 = 7 \cdot 5 = 35$$



Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.

$$S = \frac{1}{2}(a+b)h$$

Задание 17. Четырехугольники



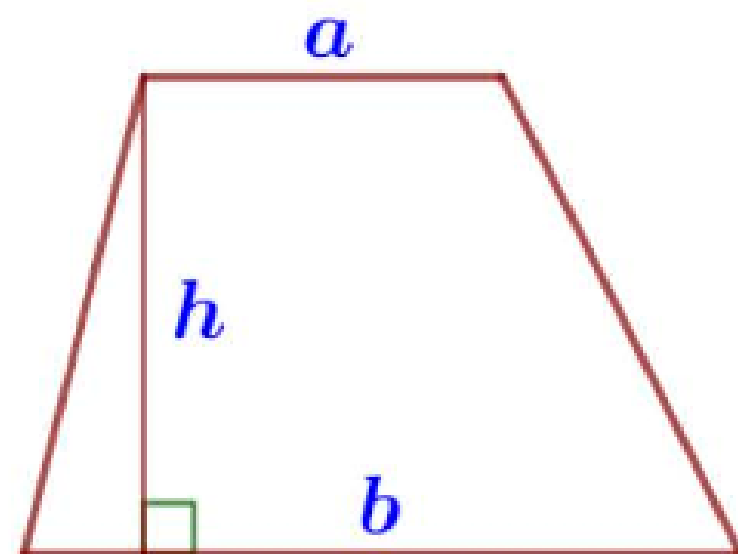
23. В равнобедренной трапеции основания равны 4 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь трапеции.

$$\triangle ABK = \triangle CDM \text{ (оба } \text{p}15)$$

$$BK = CM = 4$$

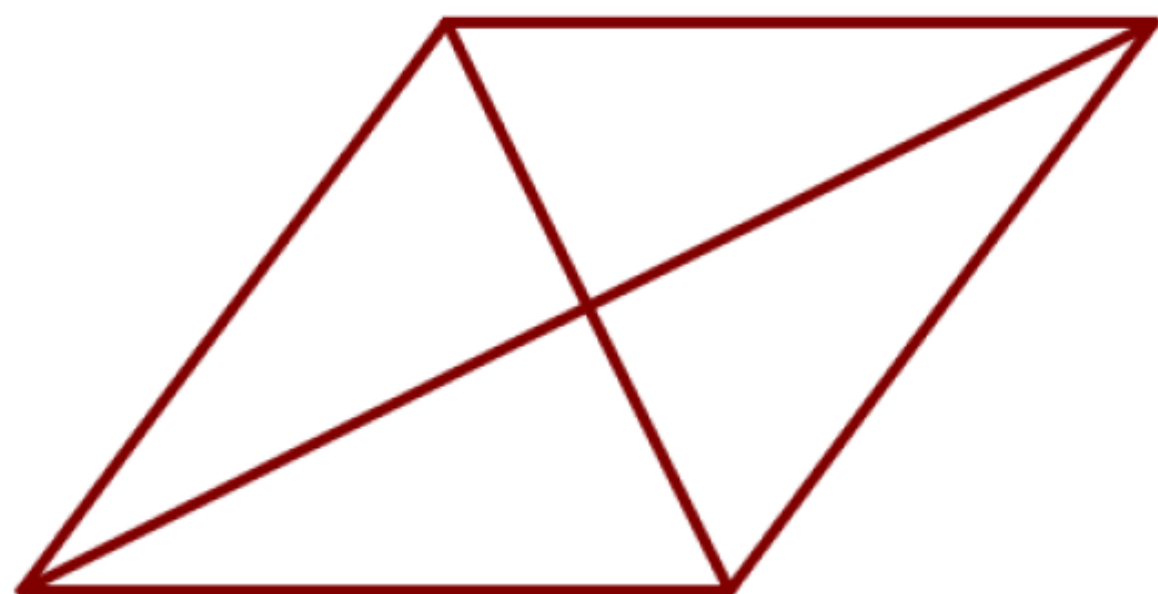
$$AK = BK = CM = MD = (8 - 4) : 2 = 2$$

$$S = \frac{4 + 8}{2} \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12$$



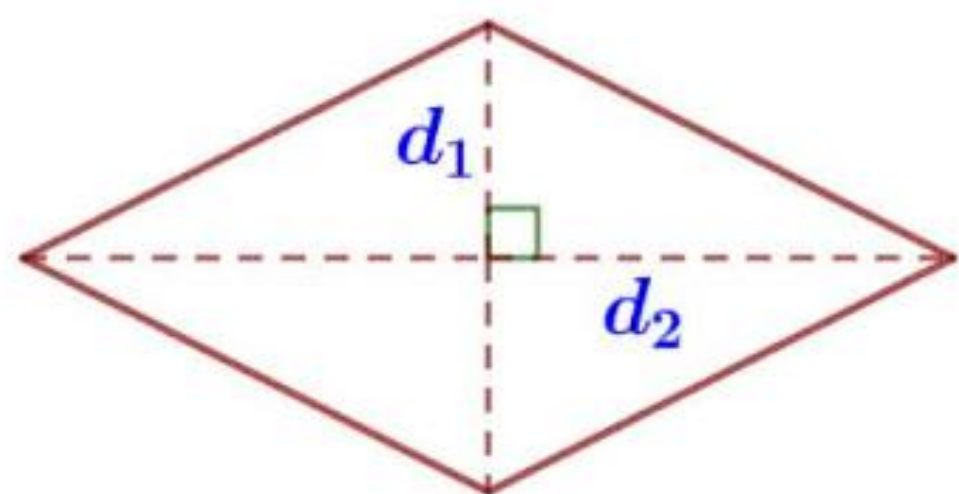
Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.

$$S = \frac{1}{2}(a + b)h$$



24. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 10 и 6.

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 = 60 : 2 = 30$$

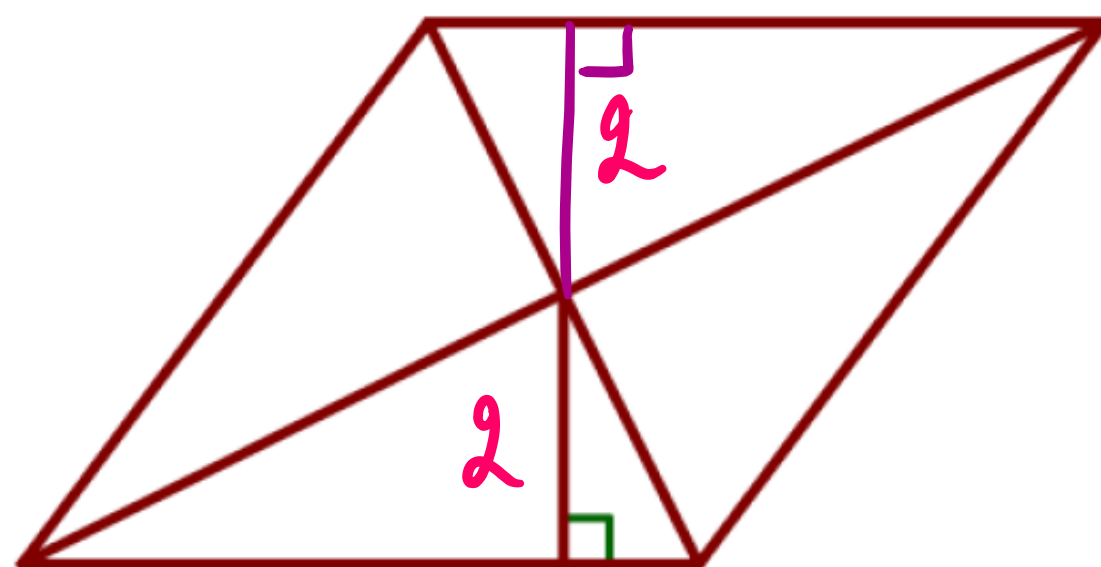


Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны: $d_1 \perp d_2$.

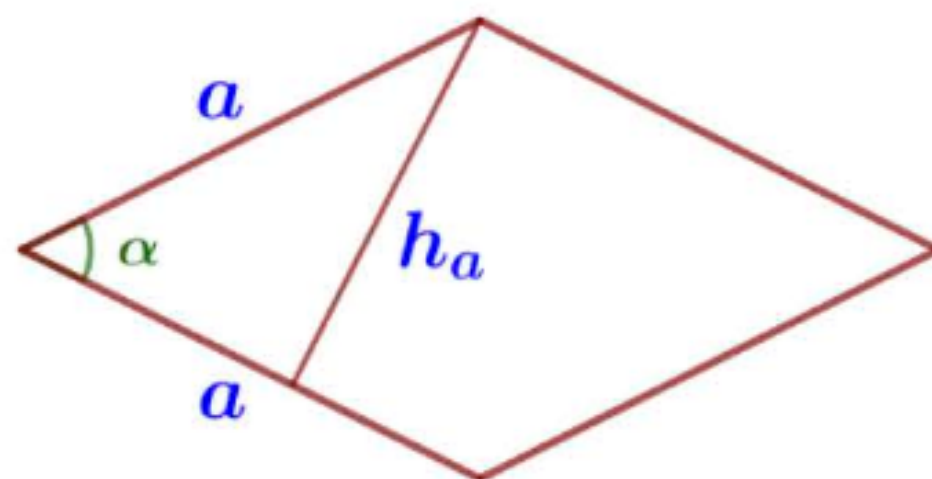
Задание 17. Четырехугольники



25. Сторона ромба равна 5, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь ромба.

$$h = 2 + 2 = 4$$

$$S = ah = 4 \cdot 5 = 20$$

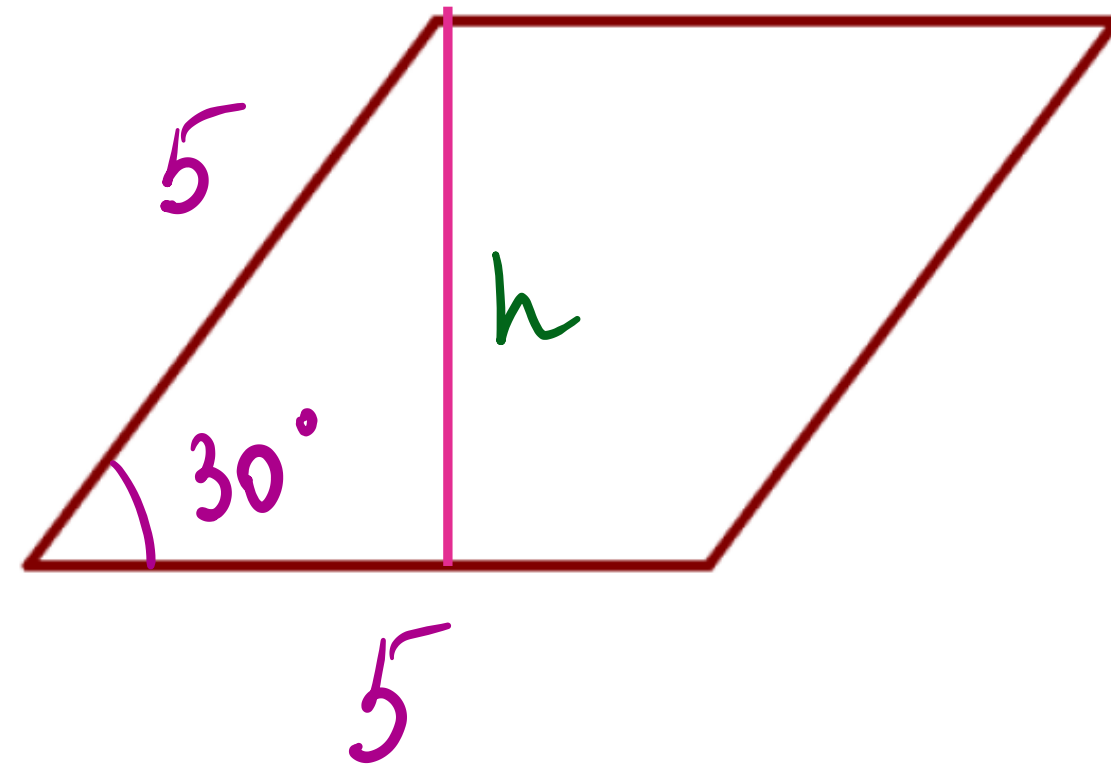


Площадь ромба равна...

а) произведению его стороны на высоту:

$$S = ah_a,$$

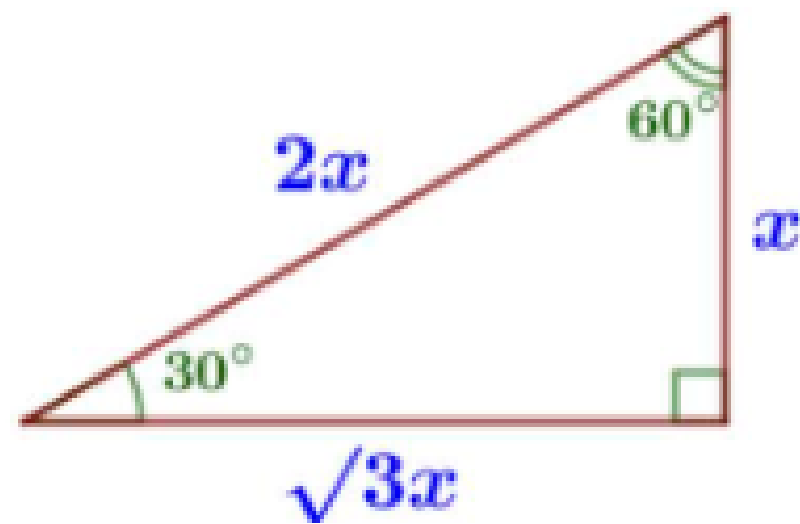
Задание 17. Четырехугольники



26. Периметр ромба равен 20, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.

$$\begin{aligned}P &= 4a \\ 20 &= 4a \\ a &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h &= 5 : 2 = 2,5 \\ S &= ah = 5 \cdot 2,5 = 12,5\end{aligned}$$

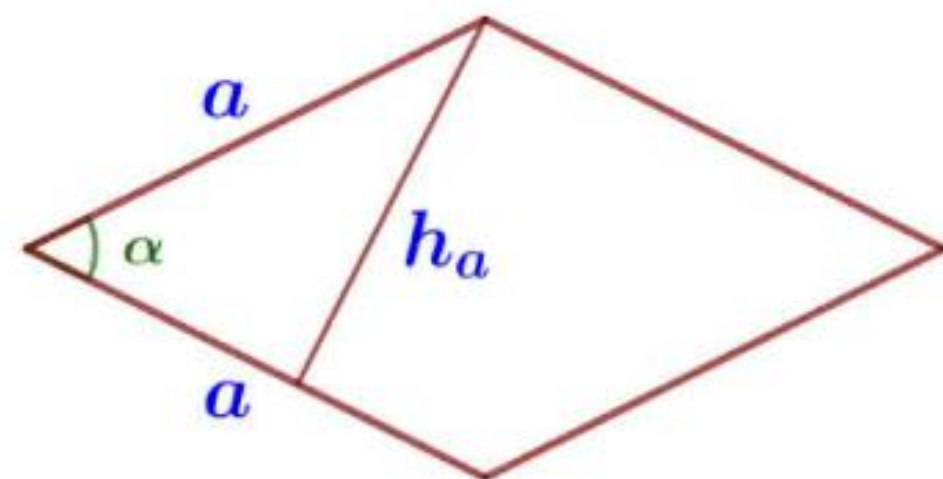


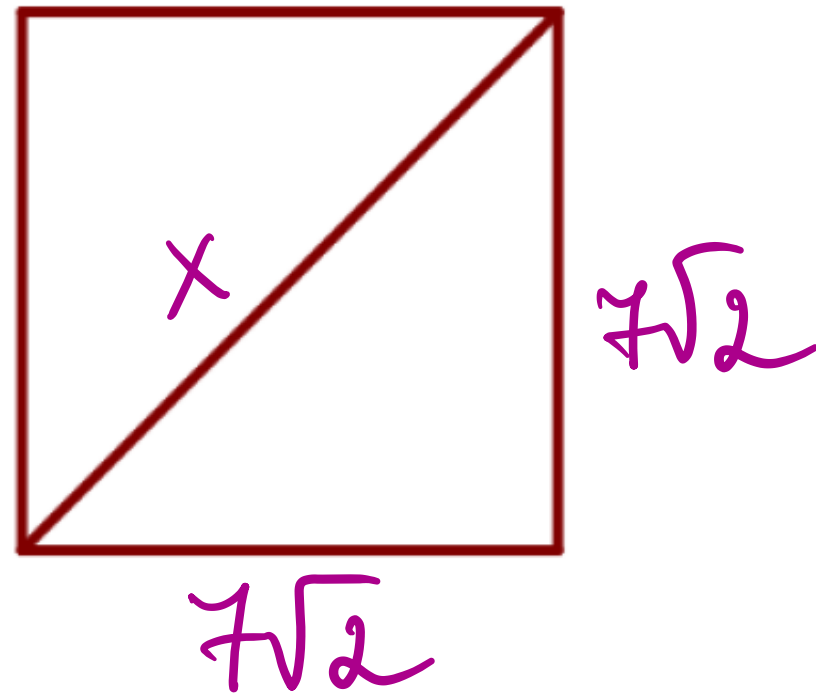
Периметр ромба: $P = 4a$.

Площадь ромба равна...

а) произведению его стороны на высоту:

$$S = ah_a,$$



VI) Теорема Пифагора

27. Сторона квадрата равна $7\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

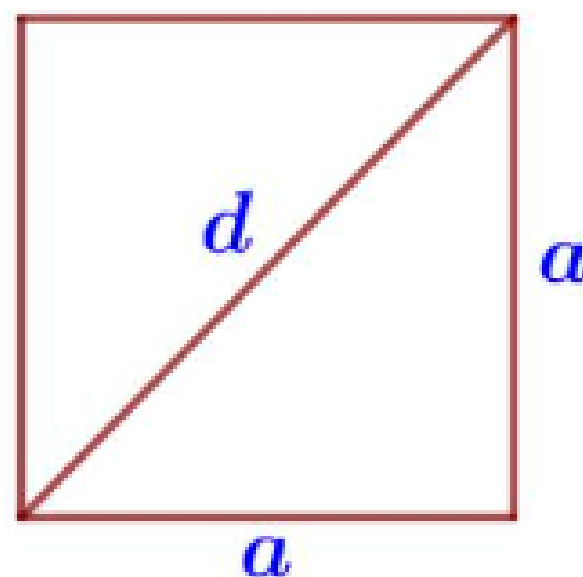
По т. Пифагора:

$$(7\sqrt{2})^2 + (7\sqrt{2})^2 = x^2$$

$$49 \cdot 2 + 49 \cdot 2 = x^2$$

$$49 \cdot 4 = x^2$$

$$x = \sqrt{49 \cdot 4} = 7 \cdot 2 = 14$$



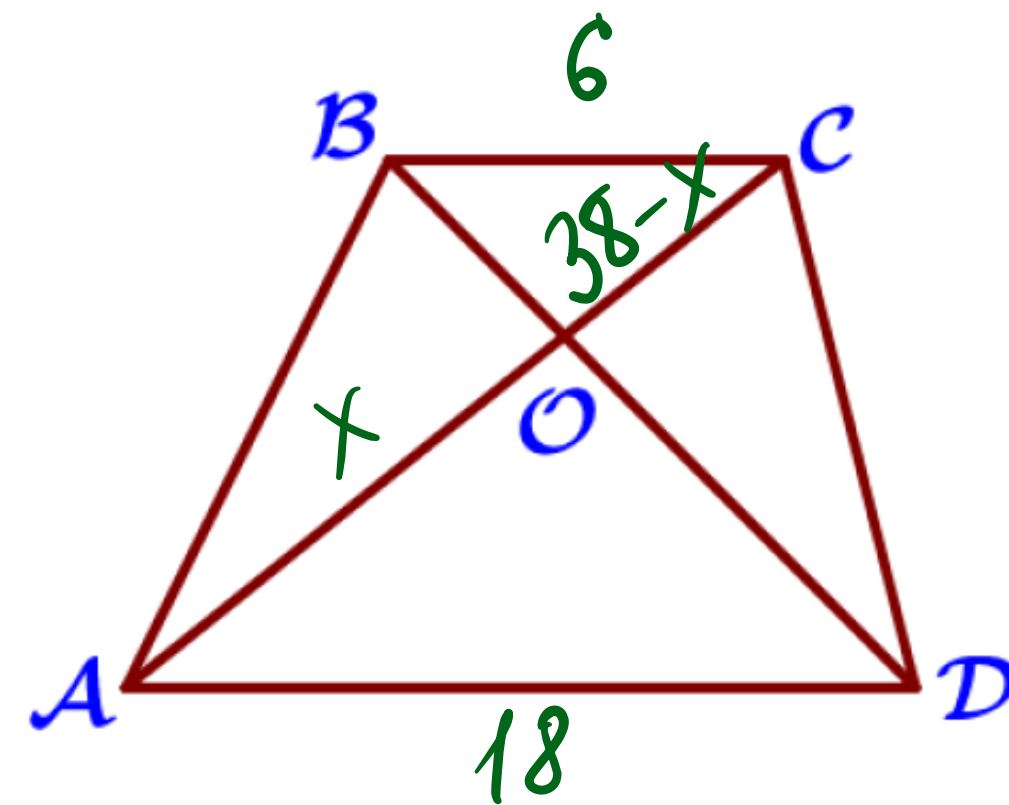
Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

$$S = a^2.$$

Периметр квадрата: $P = 4a$.

По теореме Пифагора: $d^2 = 2a^2$.

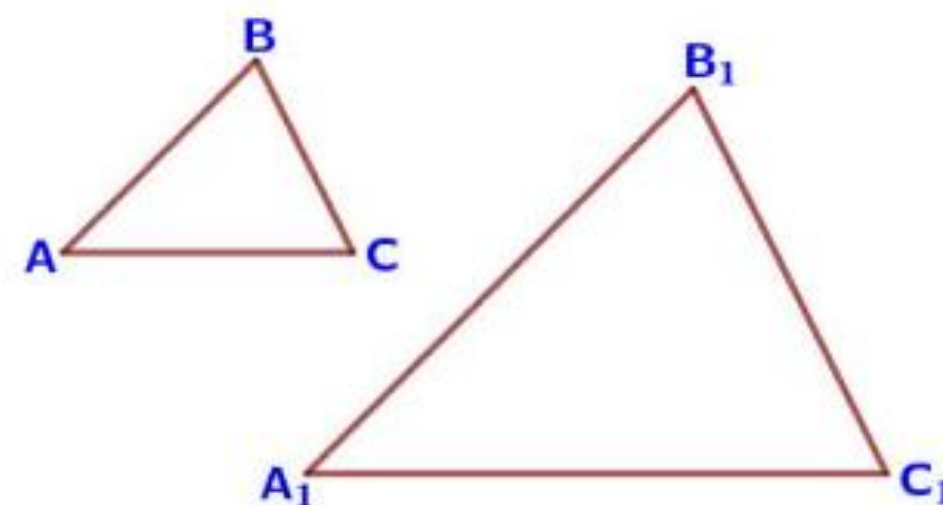
VII) Подобные треугольники



28. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, BC = 6, AD = 18, AC = 38. Найдите AO.

$$\begin{aligned} \triangle BOC &\sim \triangle AOD \text{ по 2-м углам!} \\ \frac{BC}{AD} &= \frac{OC}{AO} \quad \frac{6}{18} = \frac{38-x}{x} \\ 6x &= 13(38-x) \\ 6x &= 494 - 13x \\ 19x &= 494 \\ x &= 26 \end{aligned}$$

Подобные треугольники

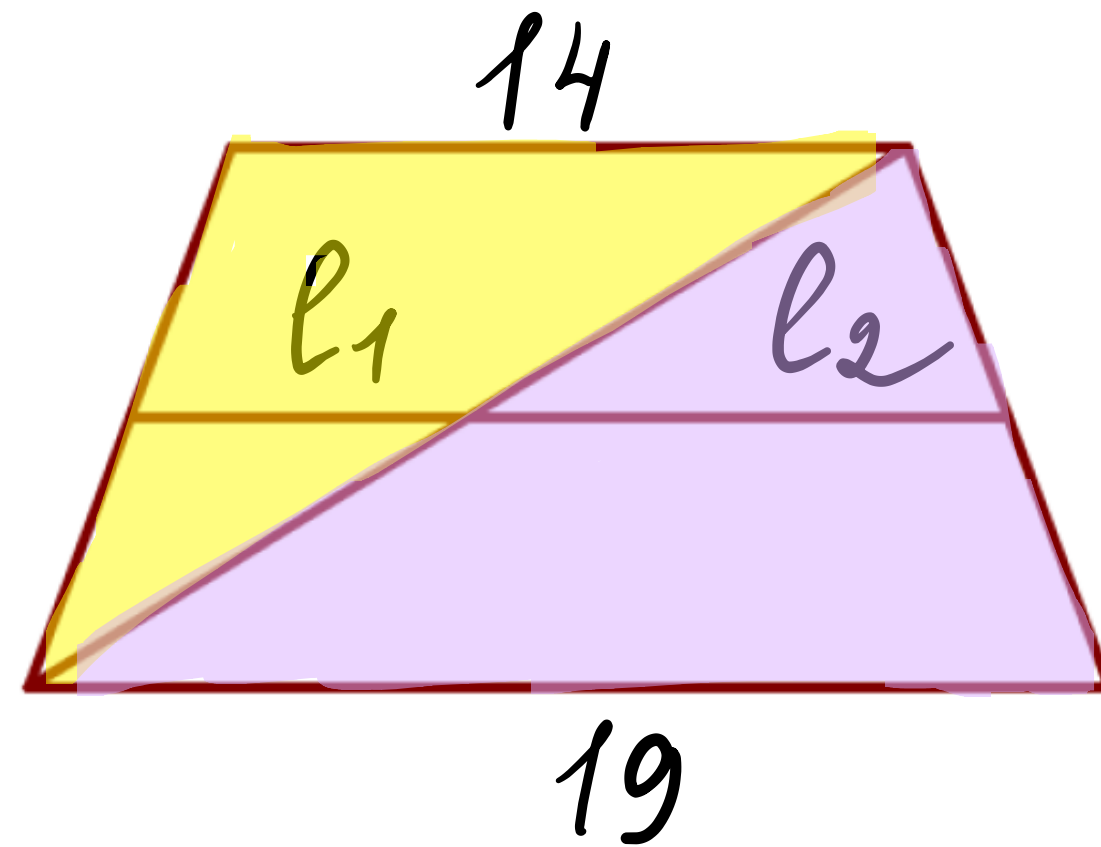


Углы подобных треугольников соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого:

$$\begin{aligned} \angle A &= \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1 \quad \angle C = \angle C_1, \\ \frac{AB}{A_1B_1} &= \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1} = k, \end{aligned}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2.$$

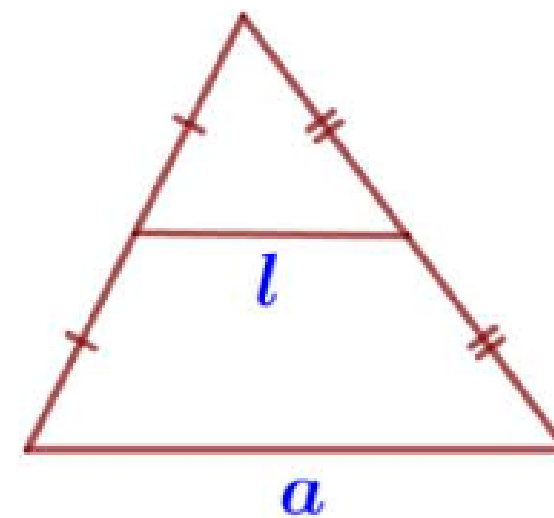
VIII) Средняя линия трапеции



29. Основания трапеции равны 14 и 19. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

$$l_1 = 14 : 2 = 7$$

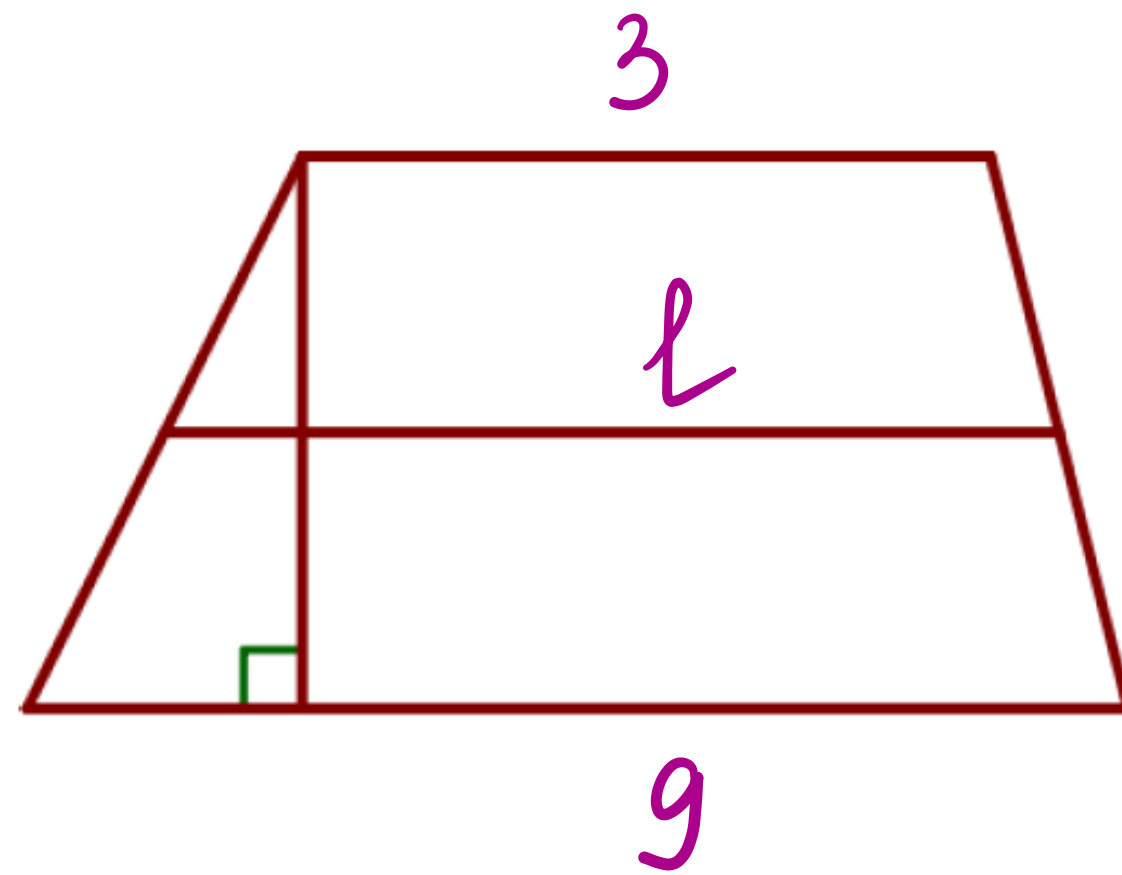
$$l_2 = 19 : 2 = 9,5$$



Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны:

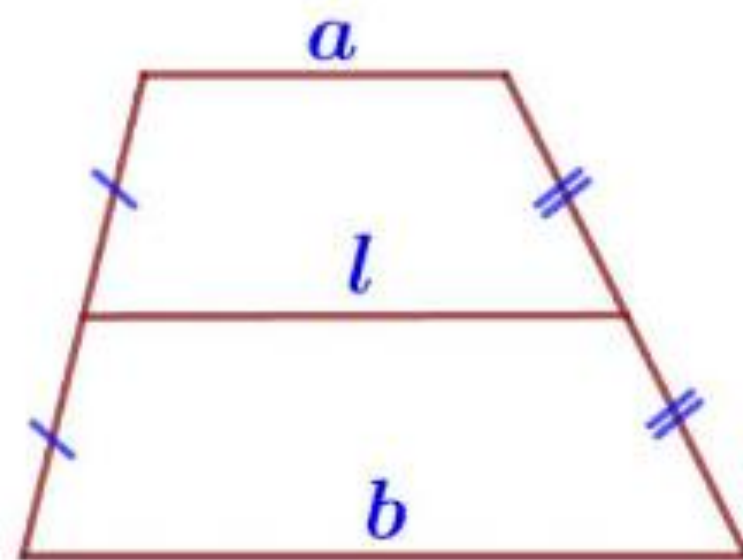
$$l \parallel a, \quad l = \frac{1}{2}a = \frac{a}{2}.$$

Задание 17. Четырехугольники



30. Основания трапеции равны 3 и 9, а высота равна 5. Найдите среднюю линию этой трапеции.

$$l = \frac{3+9}{2} = 12:2 = 6$$



Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме:

$$l \parallel a, \quad l \parallel b, \quad l = \frac{a+b}{2}.$$