

# Математика

Решаем с Татьяной Борисовной

# легко



**МАТЕМАТИКА  
ЛЕГКО!**



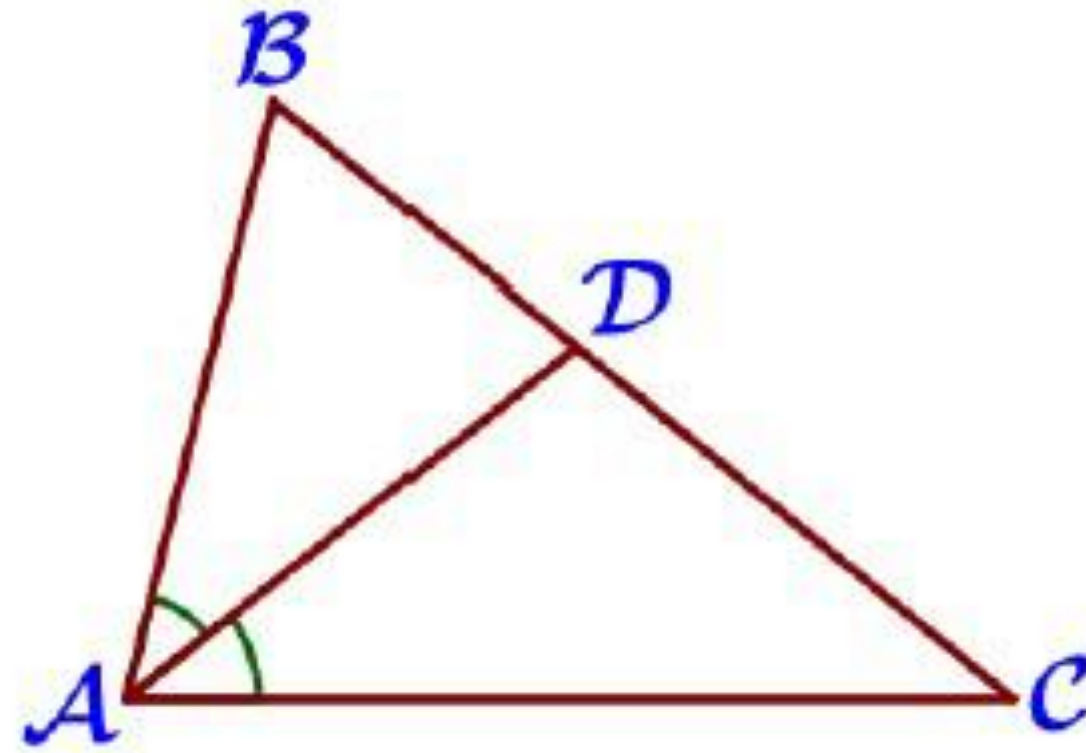
[mathslegko.ru](https://mathslegko.ru)

**ОГЭ 2024**

# **Задание № 15**

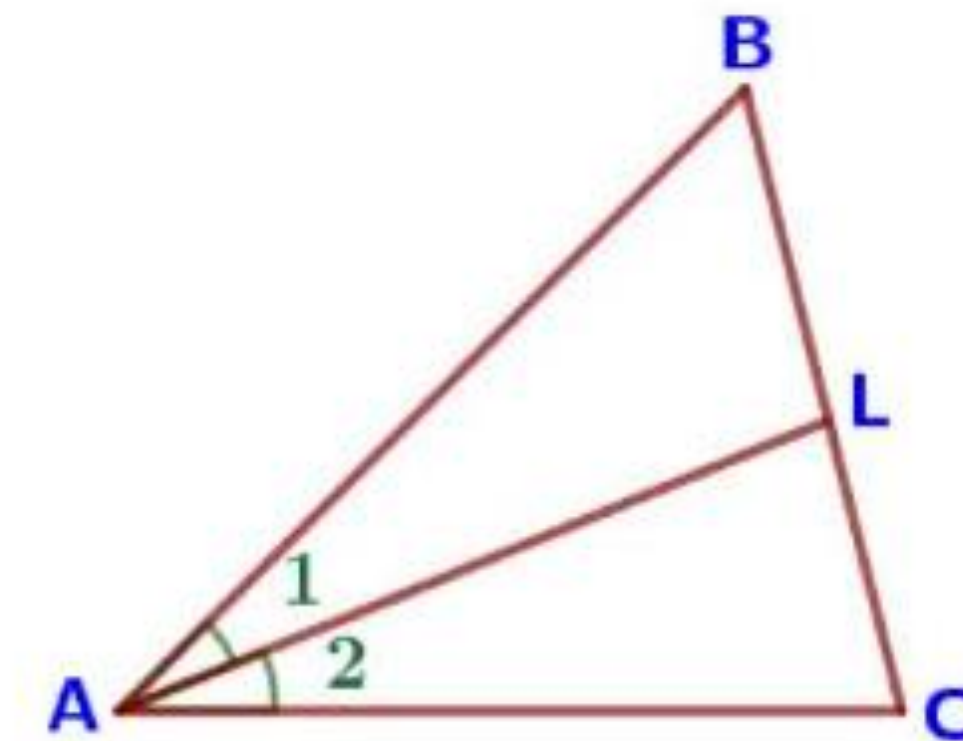
# **Треугольники**

## Задание 15. Треугольники



1. В треугольнике ABC известно, что  $\angle BAC = 68^\circ$ , AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

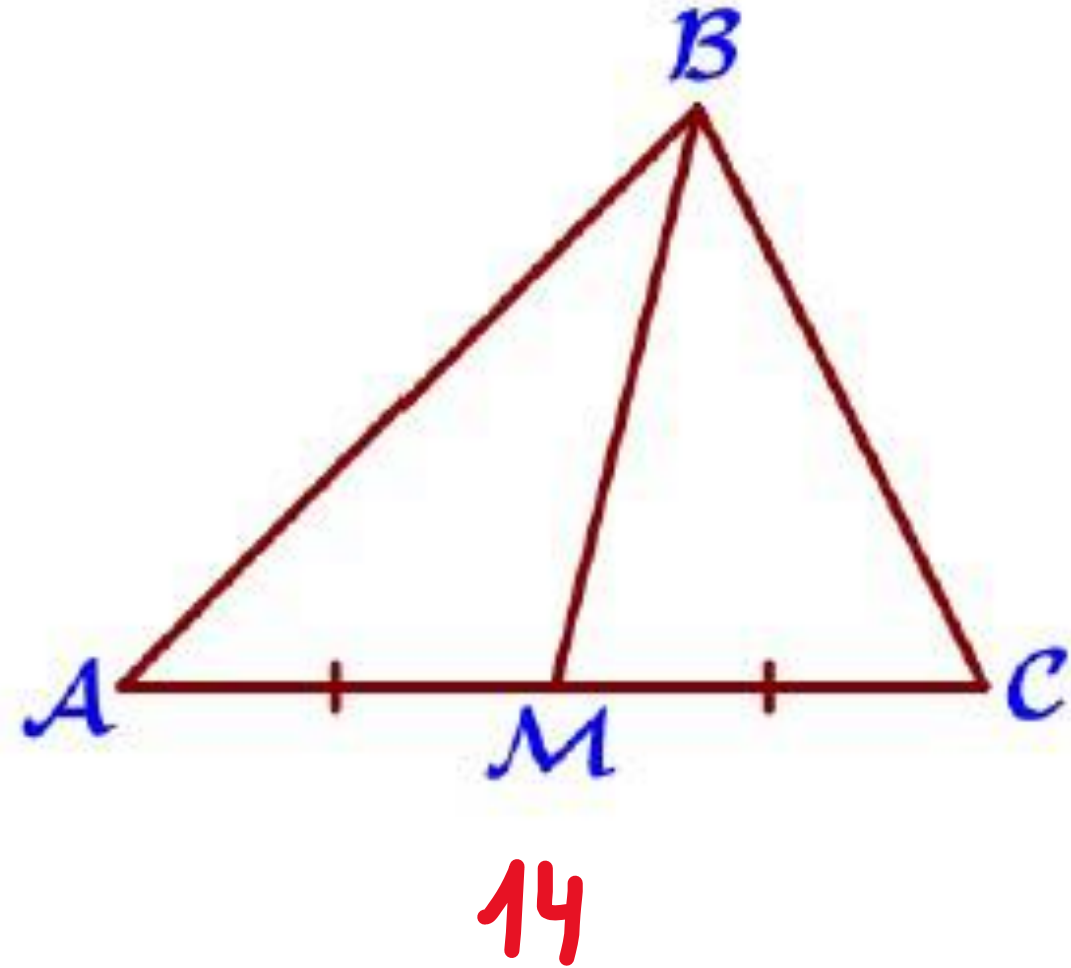
$$\angle BAD = \angle DAC = 68^\circ : 2 = 34^\circ$$



AL – биссектриса

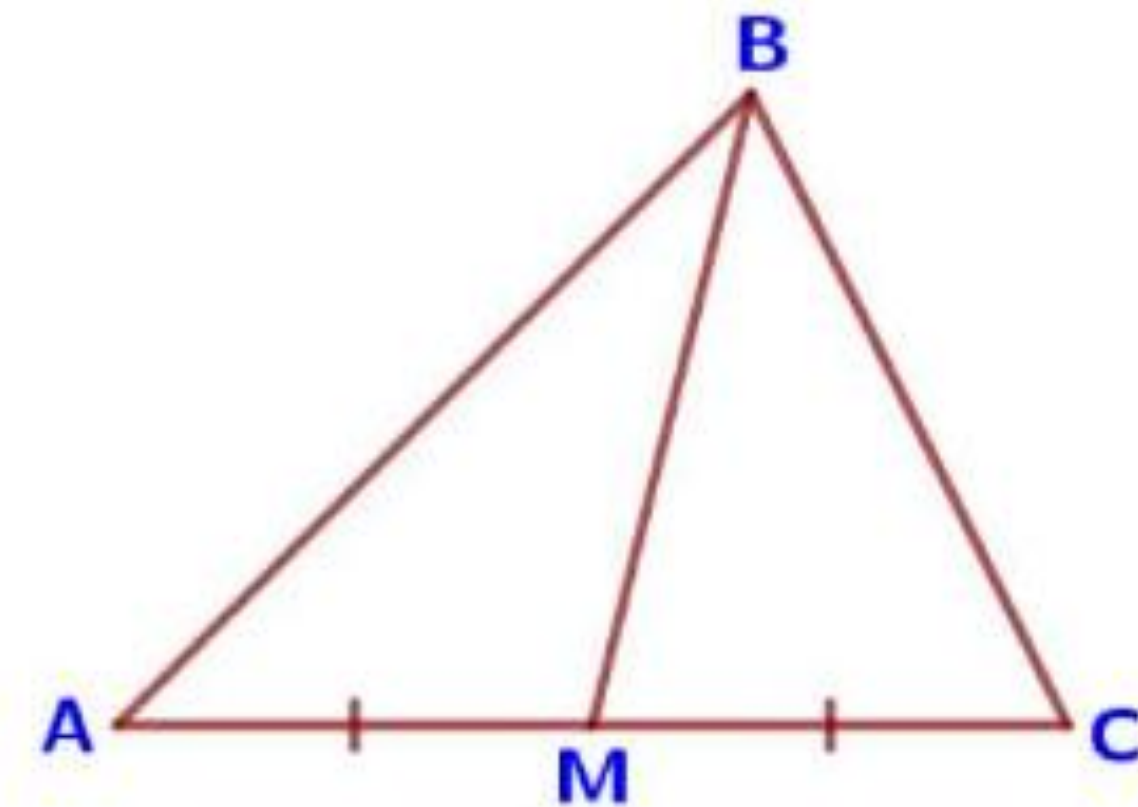
$$\angle 1 = \angle 2$$

## Задание 15. Треугольники



2. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC = 14$ ,  $BM$  – медиана,  $BM = 10$ . Найдите  $AM$ .

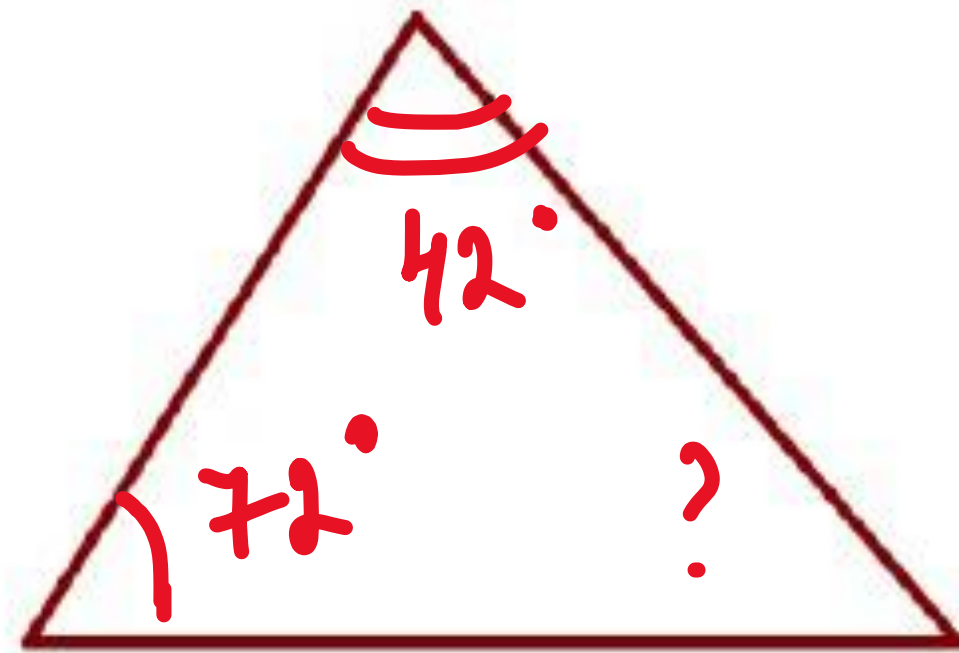
$$AM = MC = 14 : 2 = 7$$



$BM$  – медиана

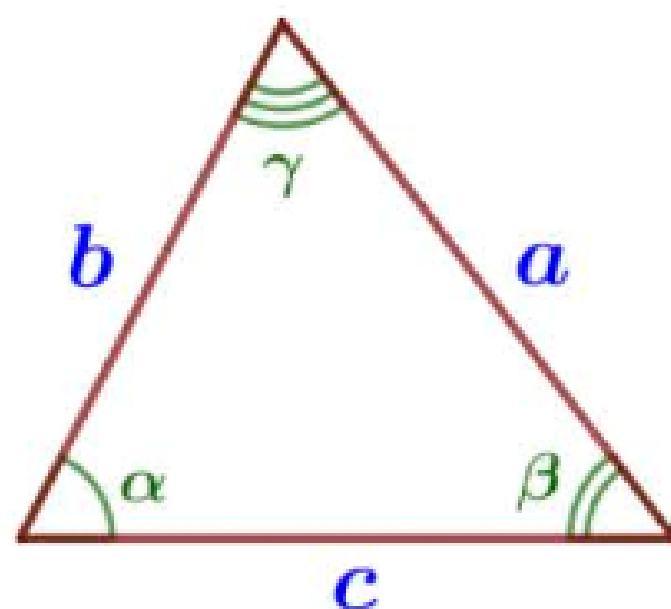
$$AM = MC$$

## Задание 15. Треугольники



**3.** В треугольнике два угла равны  $72^\circ$  и  $42^\circ$ .  
Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

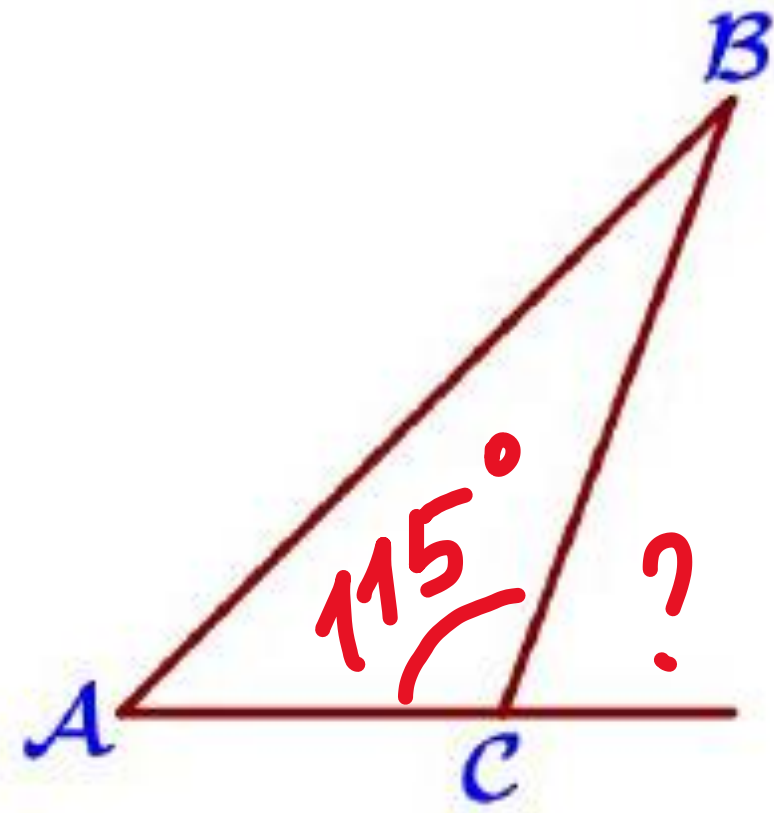
$$180 - (72^\circ + 42^\circ) = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$$



Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

## Задание 15. Треугольники



4. В треугольнике ABC угол C равен  $115^\circ$ . Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.

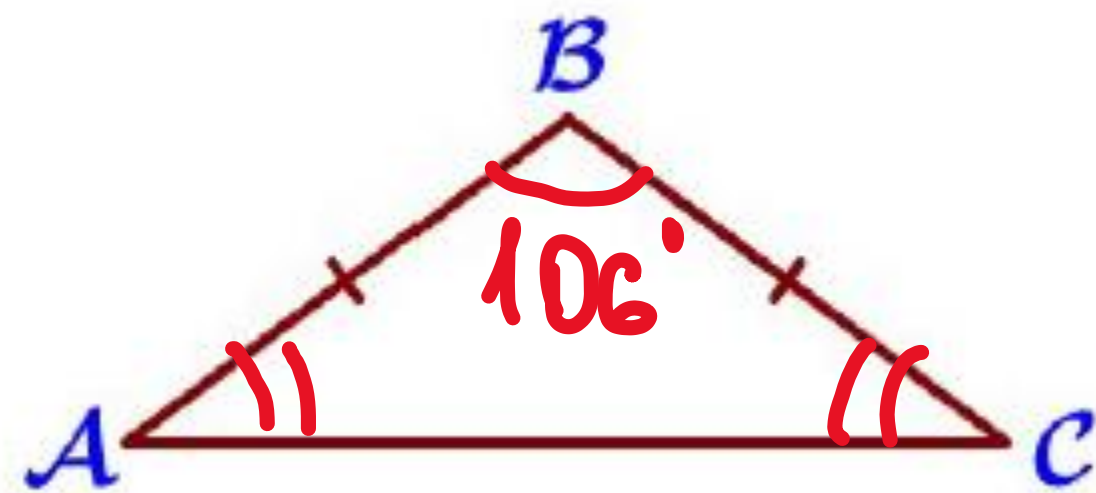
$$180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$



Сумма смежных углов равна  $180^\circ$ :

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ.$$

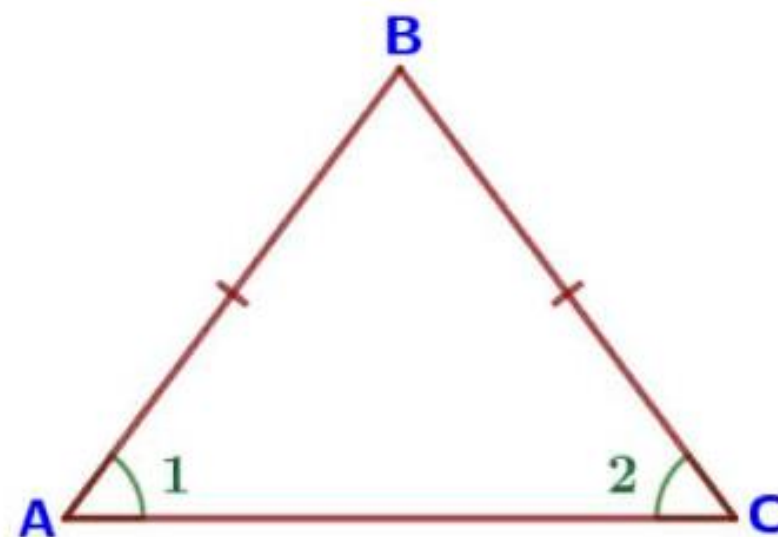
## Задание 15. Треугольники



5. В треугольнике ABC известно, что  $AB=BC$ ,  $\angle ABC=106^\circ$ . Найдите угол BSA. Ответ дайте в градусах.

$$(180^\circ - 106^\circ) : 2 = 37^\circ$$

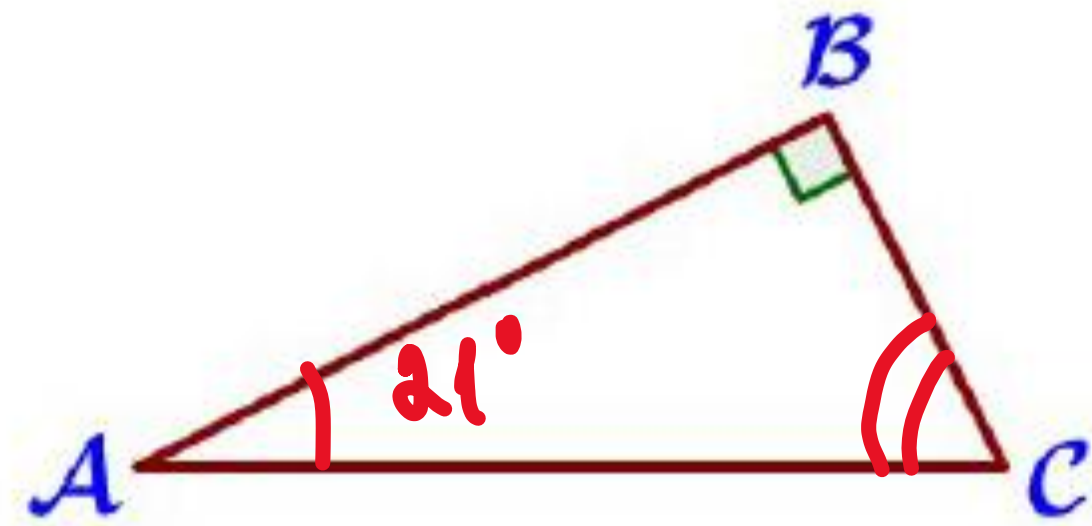
Треугольник равнобедренный



В равнобедренном треугольнике углы при основании равны:

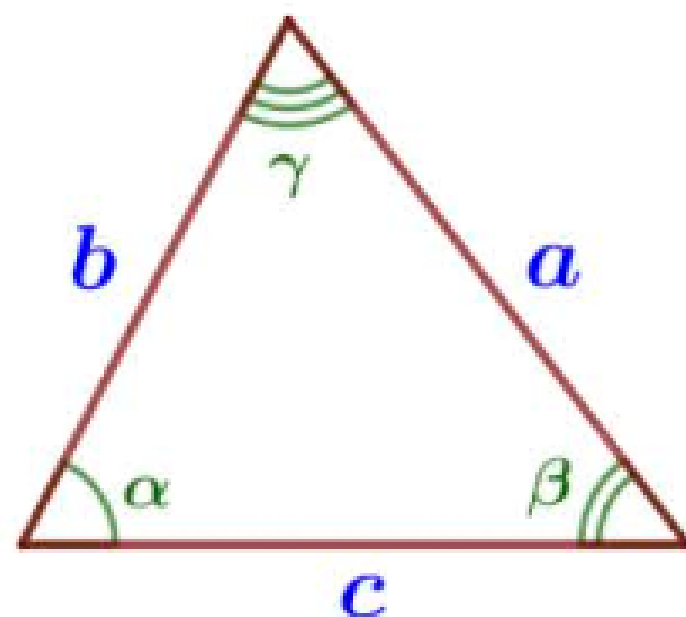
$$\angle 1 = \angle 2.$$

## Задание 15. Треугольники



6. Один из острых углов прямоугольного треугольника равен  $21^\circ$ . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.

$$180^\circ - 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$$



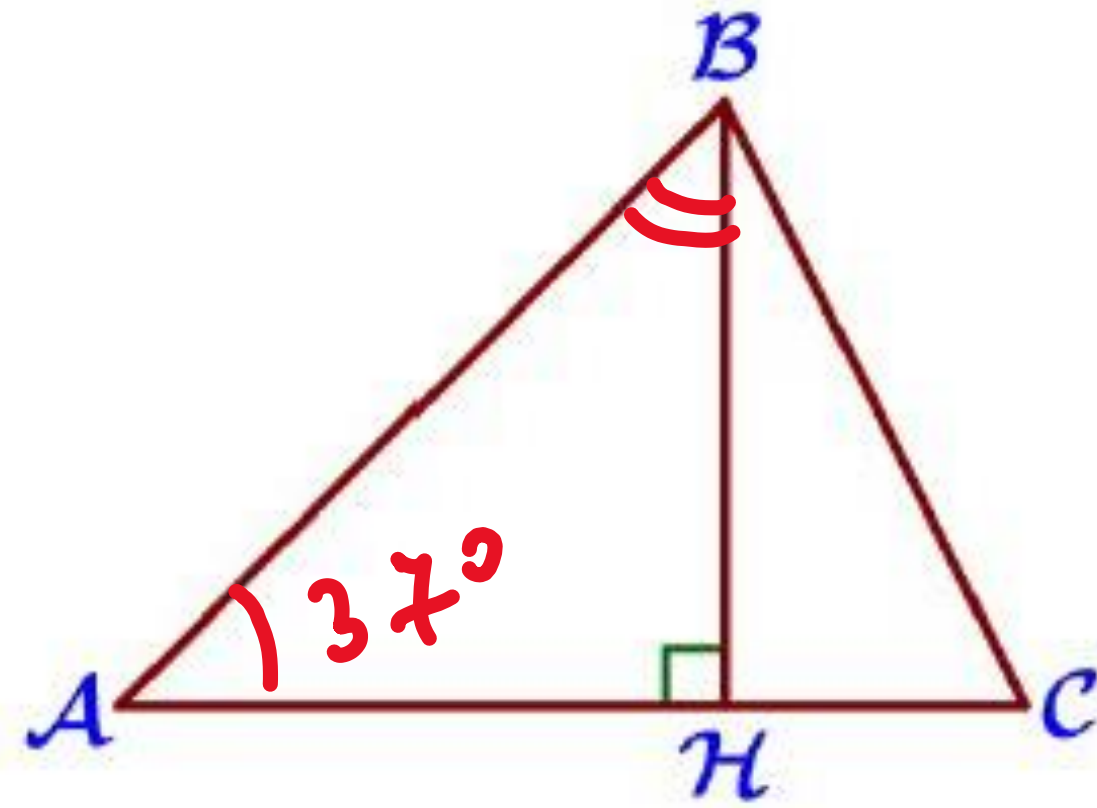
Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Периметр – сумма длин всех сторон:

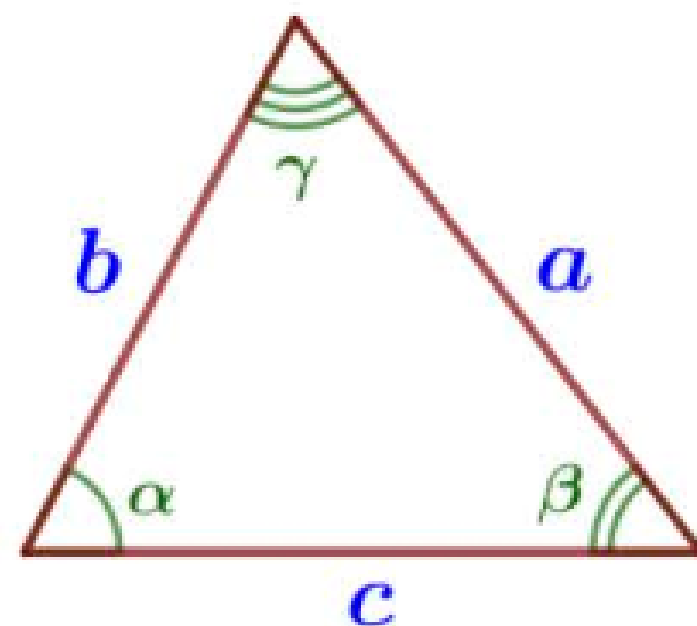
$$P = a + b + c.$$

## Задание 15. Треугольники



7. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH,  $\angle BAC = 37^\circ$ . Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.

$$\triangle ABH: \quad \angle ABH = 180^\circ - 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$



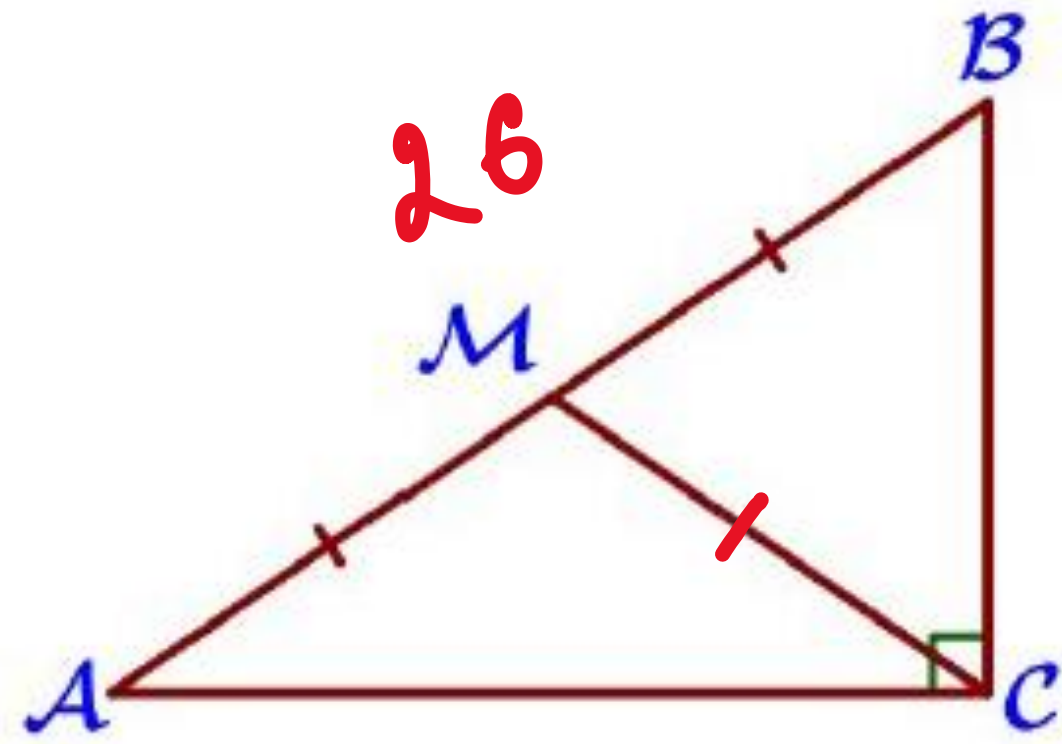
Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Периметр – сумма длин всех сторон:

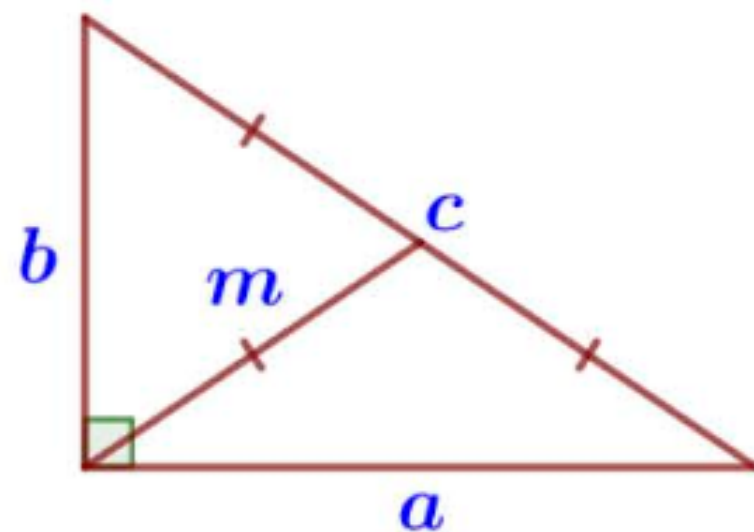
$$P = a + b + c.$$

## Задание 15. Треугольники



**8.** В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ , M – середина стороны AB,  $AB=26$ ,  $BC=18$ . Найдите CM.

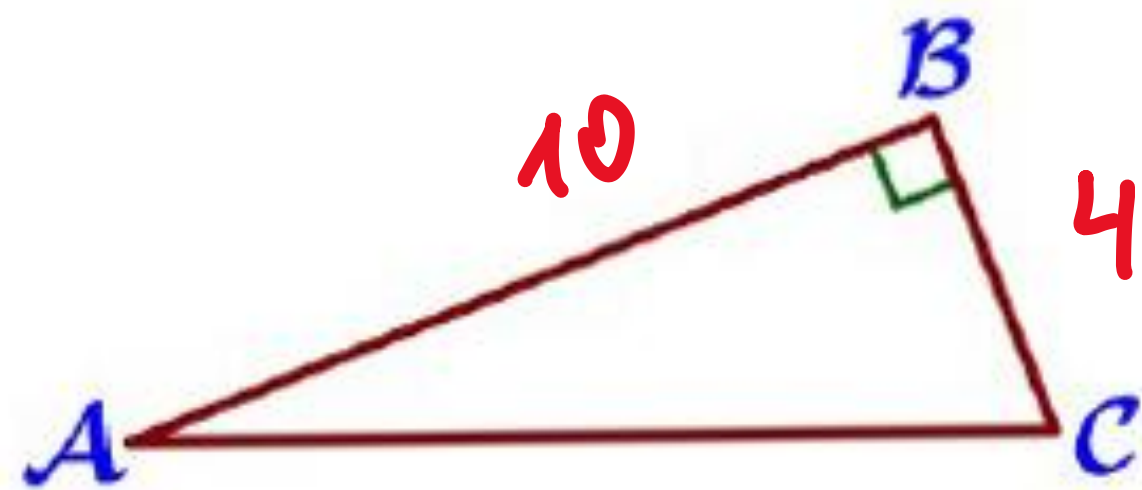
$$AM = MB = MC = 26 : 2 = 13$$



Медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы:

$$m = \frac{c}{2}.$$

## Задание 15. Треугольники



9. Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 10. Найдите площадь этого треугольника.

$$S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 = 20$$

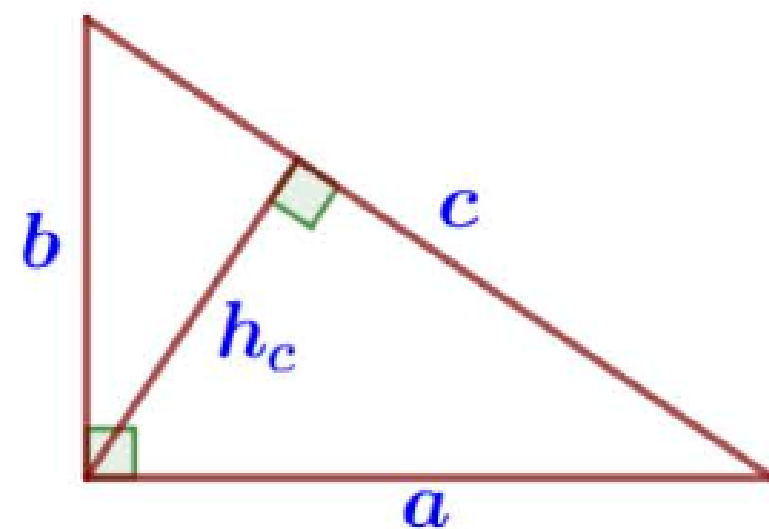
**Площадь** прямоугольного треугольника равна ...

а) половине произведения его катетов:

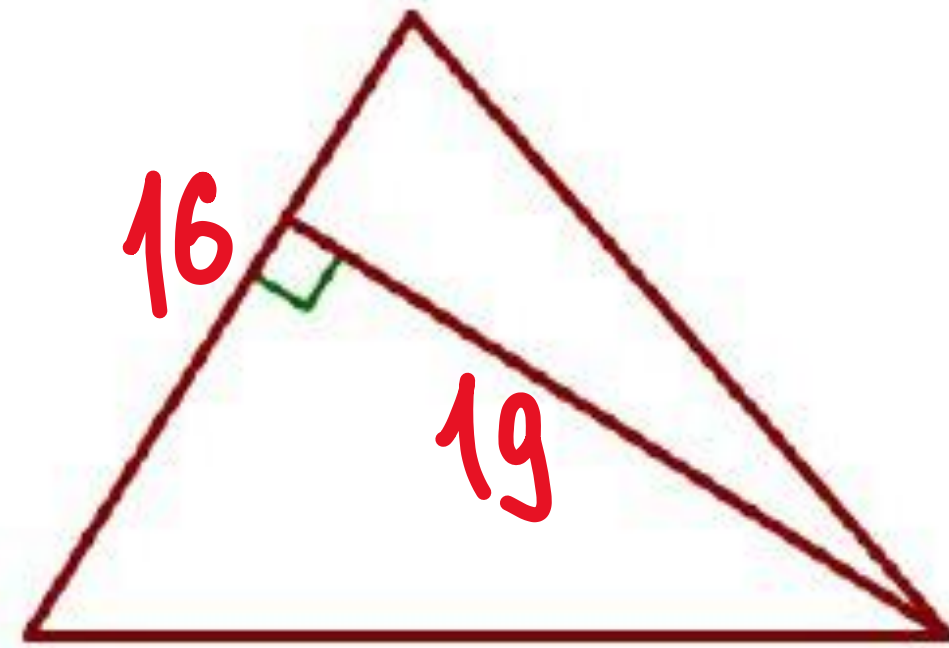
$$S = \frac{1}{2}ab.$$

б) половине произведения его гипотенузы на высоту, проведенную к ней:

$$S = \frac{1}{2}ch_c.$$



## Задание 15. Треугольники

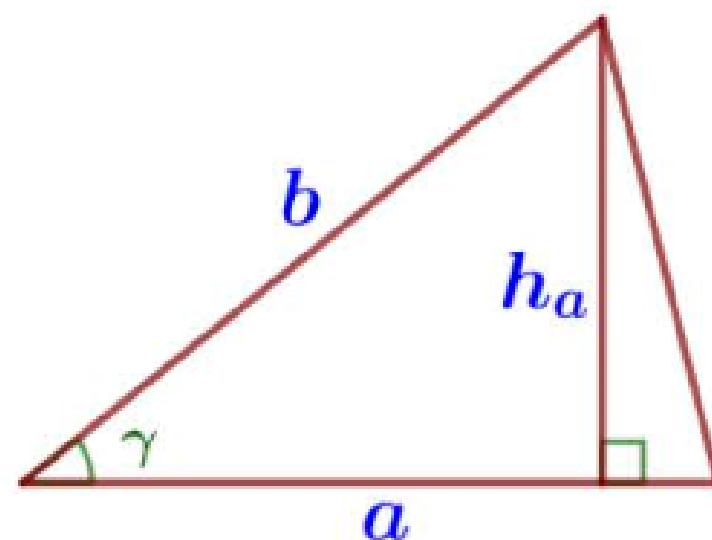


**10.** Сторона треугольника равна 16, а высота, проведённая к этой стороне, равна 19. Найдите площадь этого треугольника.

$$S = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 19 = 8 \cdot 19 = 152$$

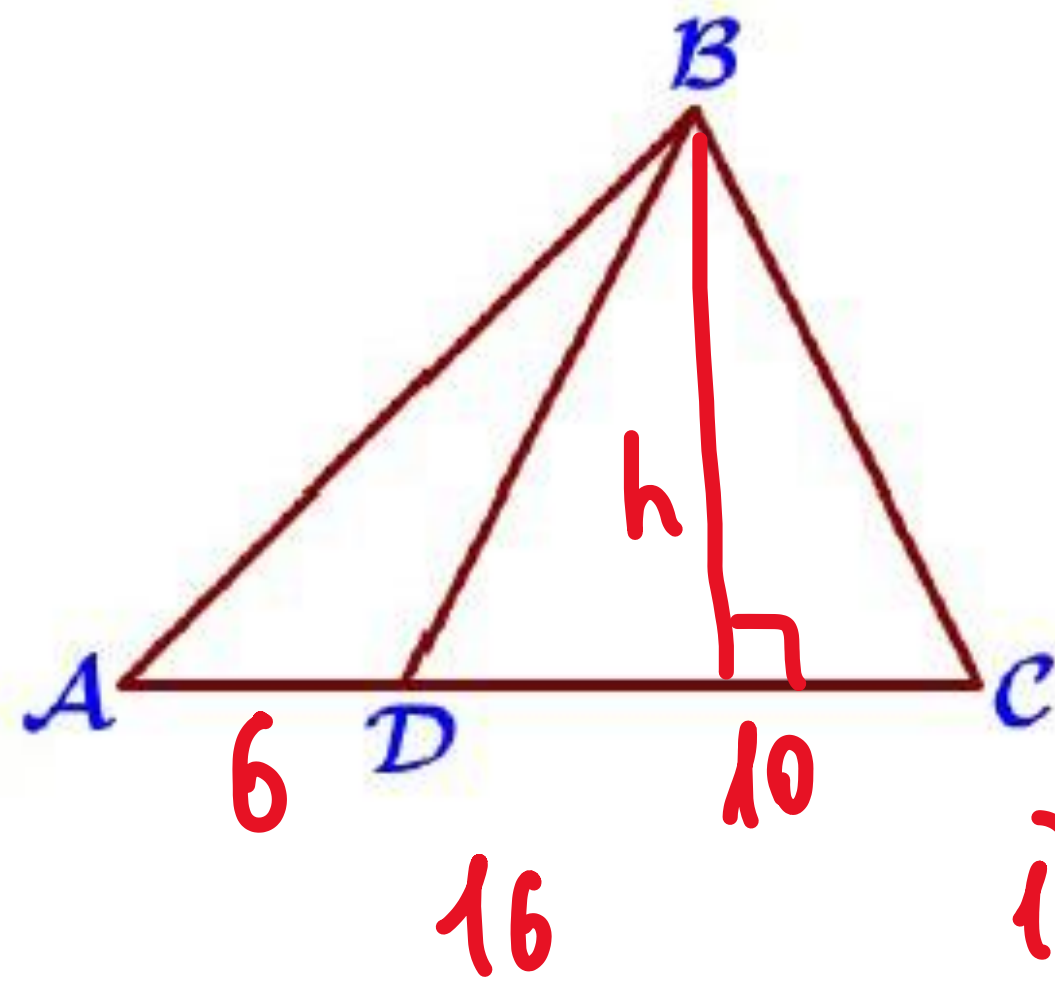
**Площадь треугольника** равна...

а) половине произведения его основания на высоту:



$$S = \frac{1}{2} ah_a = lh_a.$$

## Задание 15. Треугольники



**11.** На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что  $AD=6$ ,  $DC=10$ . Площадь треугольника ABC равна 48. Найдите площадь треугольника BCD.

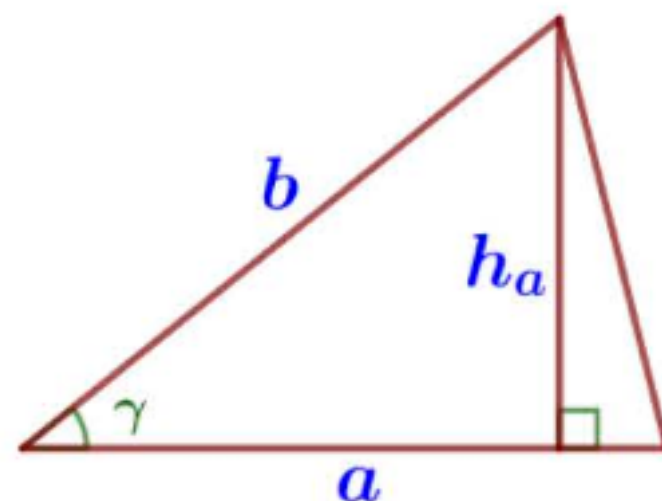
$$\begin{aligned} 1) \quad S_{ABC} &= 48 \\ S_{ABC} &= \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot h \\ 48 &= \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot h \\ h &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad S_{BCD} &= \frac{1}{2} \cdot DC \cdot h = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 = \\ &= 30 \end{aligned}$$

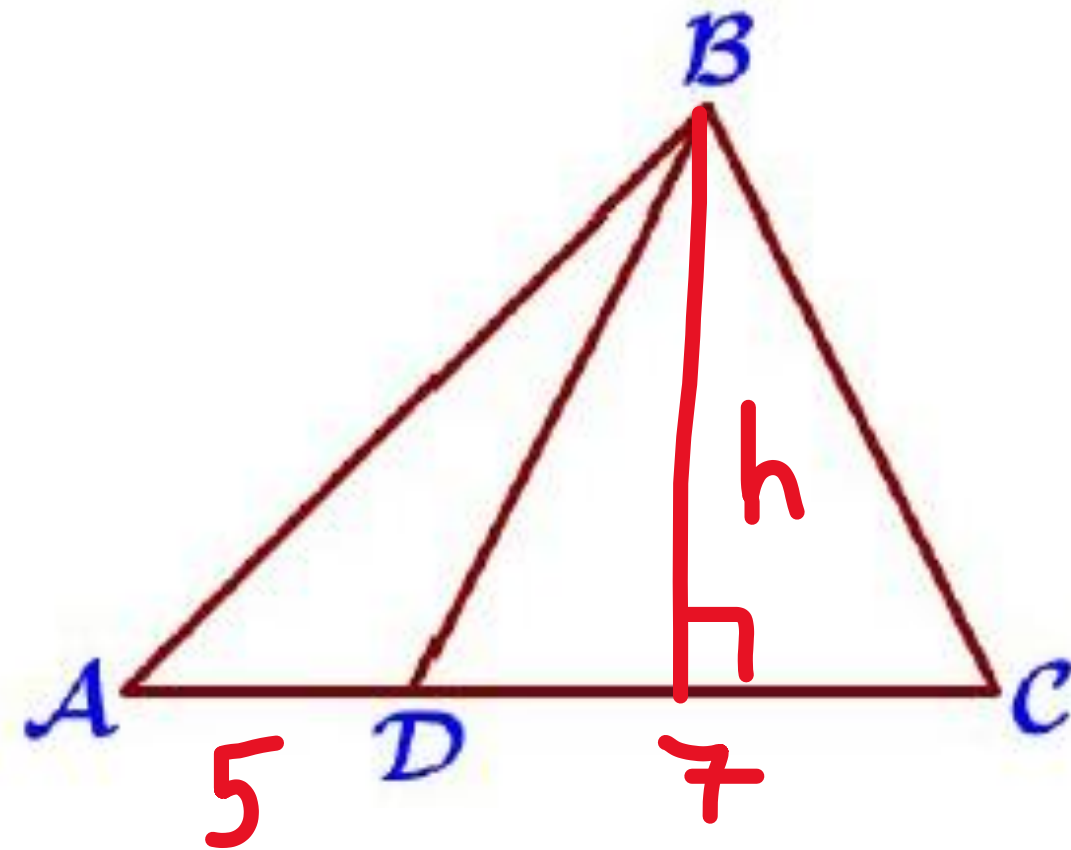
**Площадь треугольника** равна...

а) половине произведения его основания на высоту:

$$S = \frac{1}{2} ah_a = lh_a.$$



## Задание 15. Треугольники



**12.** На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что  $AD=5$ ,  $DC=7$ . Площадь треугольника ABC равна 60. Найдите площадь треугольника ABD.

$$\begin{aligned} &12 \\ 1) S_{ABC} &= 60 \\ S_{ABC} &= \frac{1}{2} AC \cdot h \end{aligned}$$

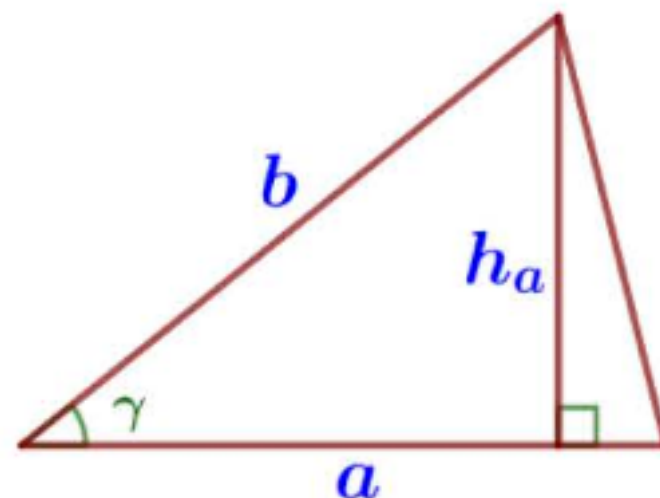
$$\begin{aligned} 60 &= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot h \\ 60 &= 6 \cdot h \\ h &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) S_{ABD} &= \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 = 25 \end{aligned}$$

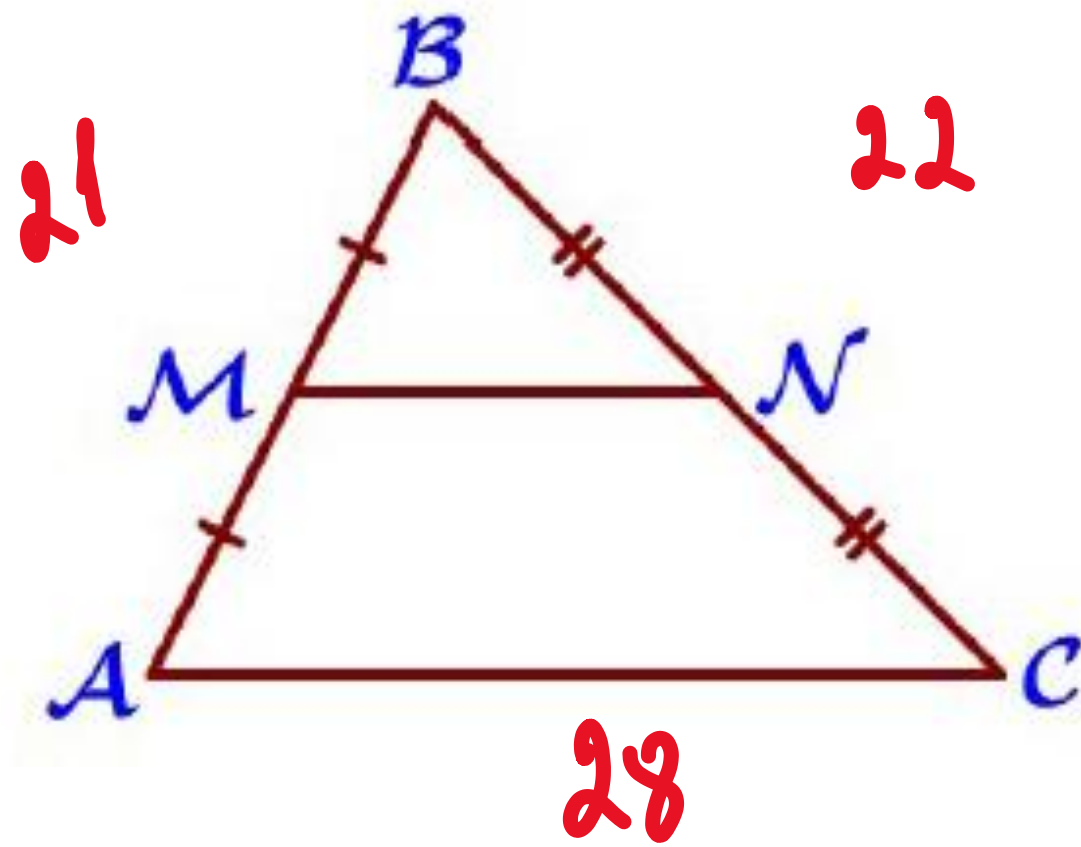
**Площадь треугольника** равна...

а) половине произведения его основания на высоту:

$$S = \frac{1}{2} ah_a = lh_a.$$



## Задание 15. Треугольники



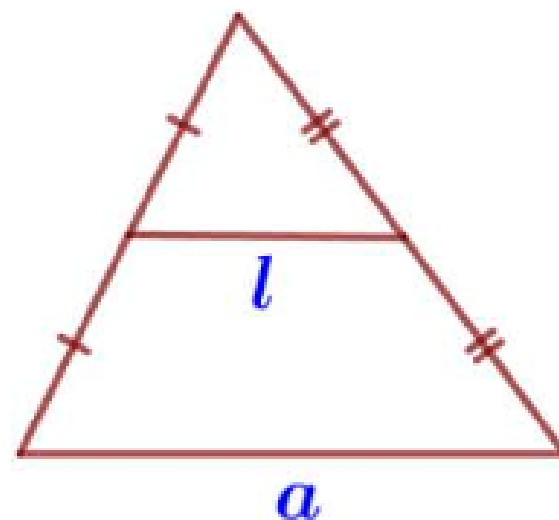
**13.** Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника АВС, сторона АВ равна 21, сторона ВС равна 22, сторона АС равна 28. Найдите MN.

$MN$  — средняя линия  
 $MN = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 28 = 14$

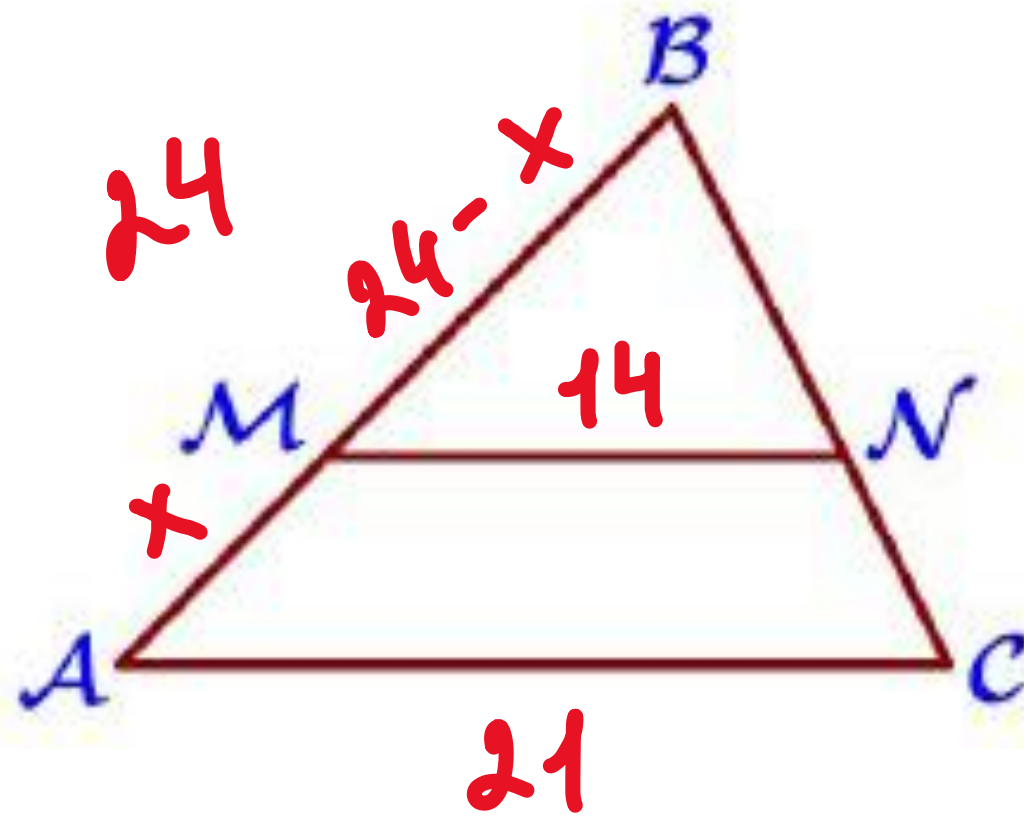
**Средняя линия треугольника** параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны:

$$l \parallel a, \quad l = \frac{1}{2}a = \frac{a}{2}.$$

Три средние линии делят треугольник на четыре равных треугольника, подобных данному.



## Задание 15. Треугольники



14. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно,  $AB=24$ ,  $AC=21$ ,  $MN=14$ . Найдите AM.

$\triangle BMN \sim \triangle ABC$  по 2-м углам:

$$\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$$

$$\frac{24-x}{24} = \frac{14}{21}$$

$$21(24-x) = 14 \cdot 24 \quad | :7$$

$$3(24-x) = 2 \cdot 24 \quad | :3$$

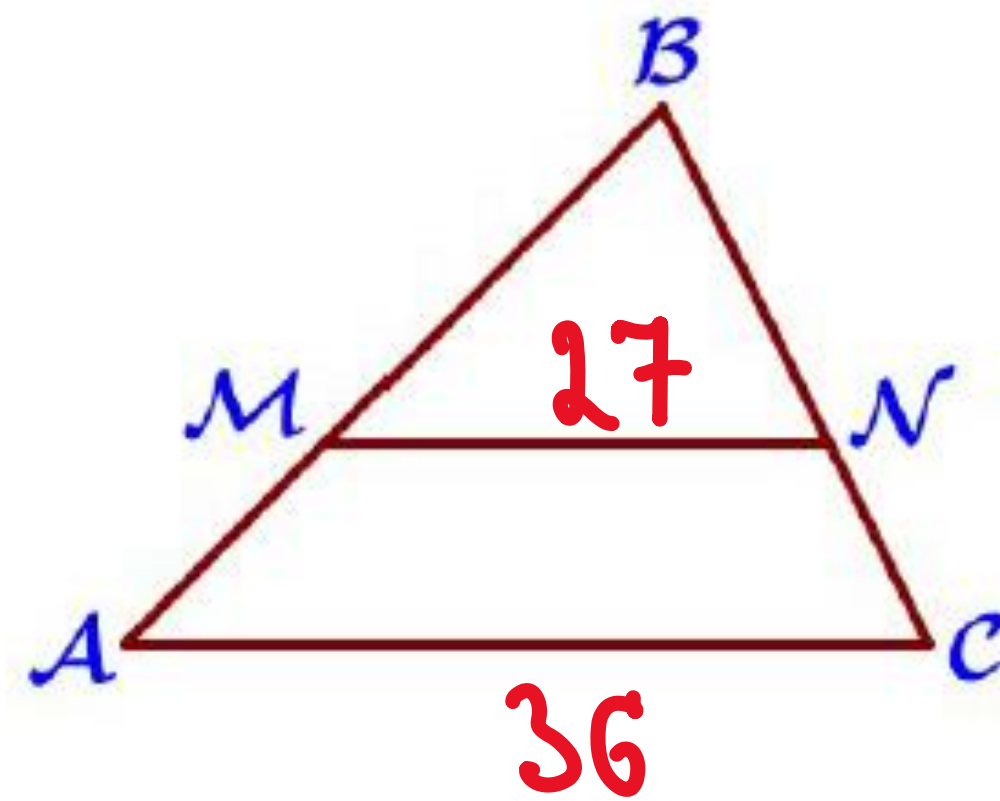
$$24-x = 28$$

$$-x = 16-24$$

$$-x = -8$$

$$x = 8$$

## Задание 15. Треугольники



**15.** Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно,  $AC = 36$ ,  $MN = 27$ . Площадь треугольника ABC равна 96. Найдите площадь треугольника MBN.

$$\frac{S_{BMN}}{S_{ABC}} = k^2$$

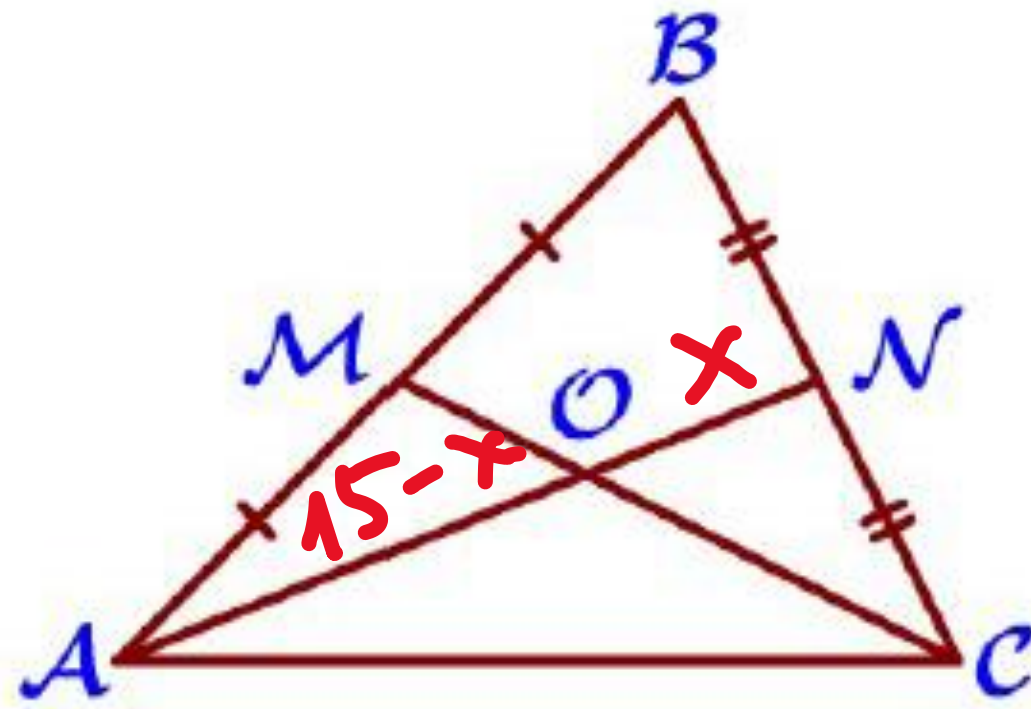
$$\frac{MN}{AC} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} = k$$

$$\frac{S_{BMN}}{96} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\frac{S_{BMN}}{96} = \frac{9}{16}$$

$$S = \frac{9 \cdot 96}{16} = 54$$

## Задание 15. Треугольники



**16.** Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника АВС соответственно. Отрезки АN и СМ пересекаются в точке О,  $AN=15$ ,  $CM=12$ . Найдите  $ON$ .

$$ON = x$$

$$AO = 15 - x$$

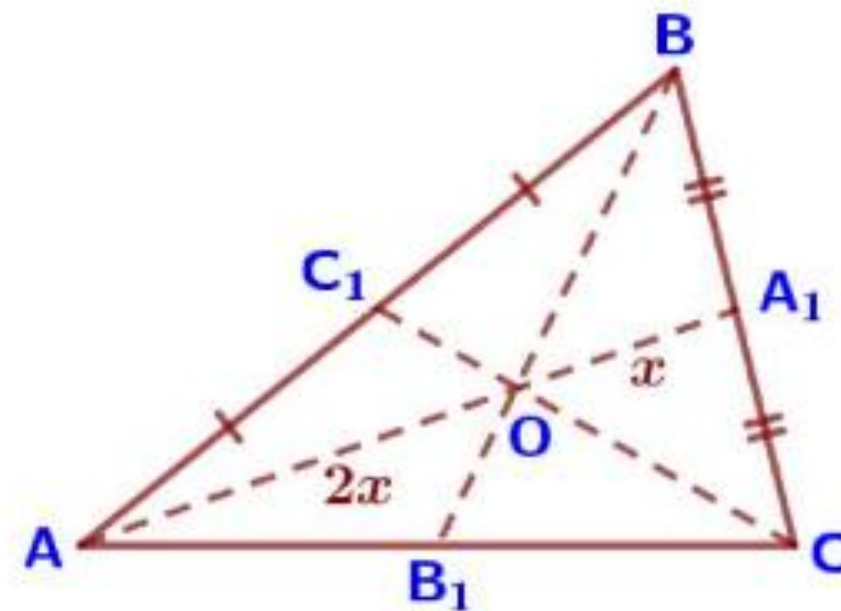
$$\frac{AO}{ON} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{15-x}{x} = \frac{2}{1}$$

$$15 - x = 2x$$

$$3x = 15$$

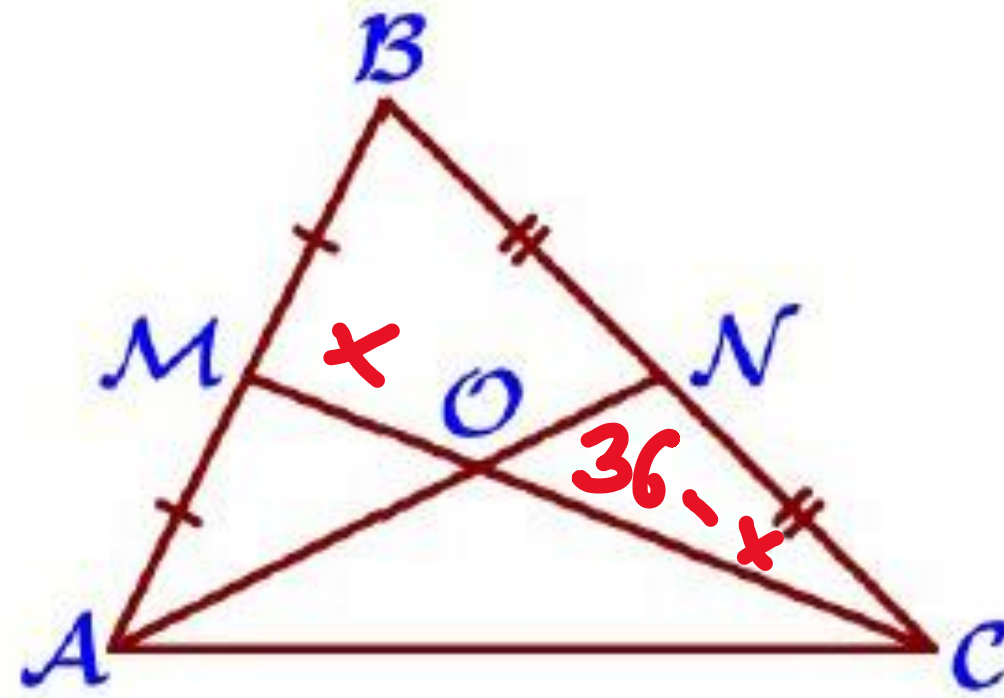
$$x = 5$$



Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины:

$$\frac{AO}{A_1O} = \frac{BO}{B_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}.$$

## Задание 15. Треугольники



**17.** Точки М и N являются серединами сторон АВ и ВС треугольника АВС соответственно. Отрезки АN и СМ пересекаются в точке О,  $AN=12$ ,  $CM=36$ . Найдите ОМ.

$$OM = x$$
$$ON = 36 - x$$

$$\frac{ON}{OM} = \frac{2}{1}$$

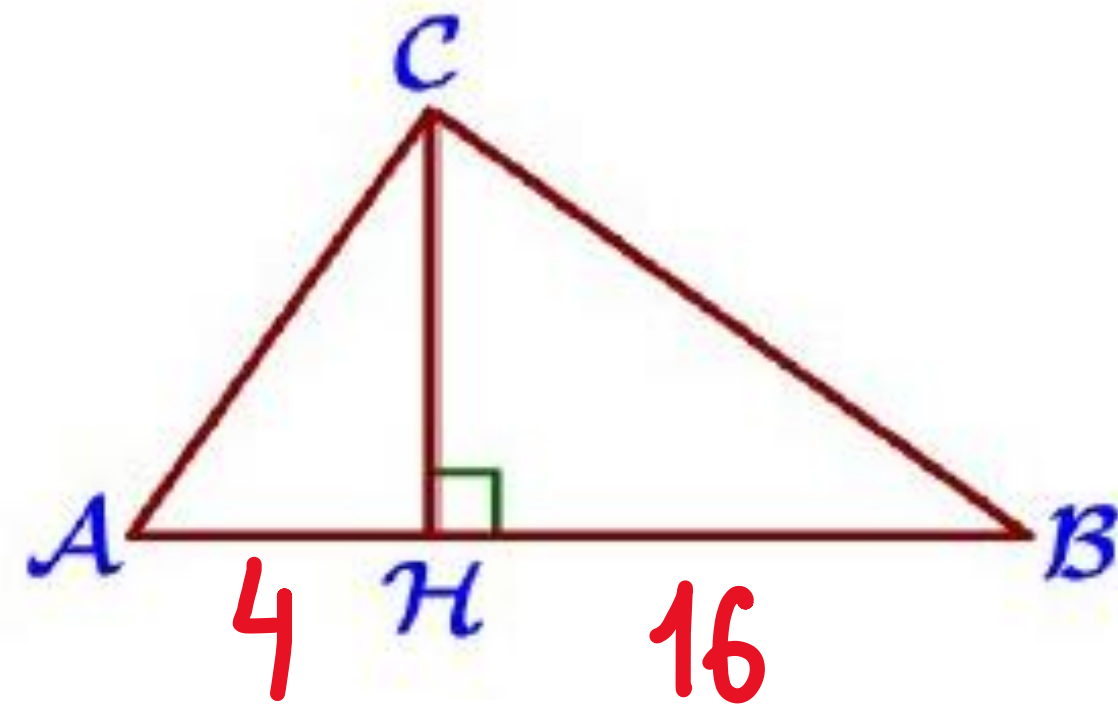
$$\frac{36 - x}{x} = \frac{2}{1}$$

$$36 - x = 2x$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

## Задание 15. Треугольники

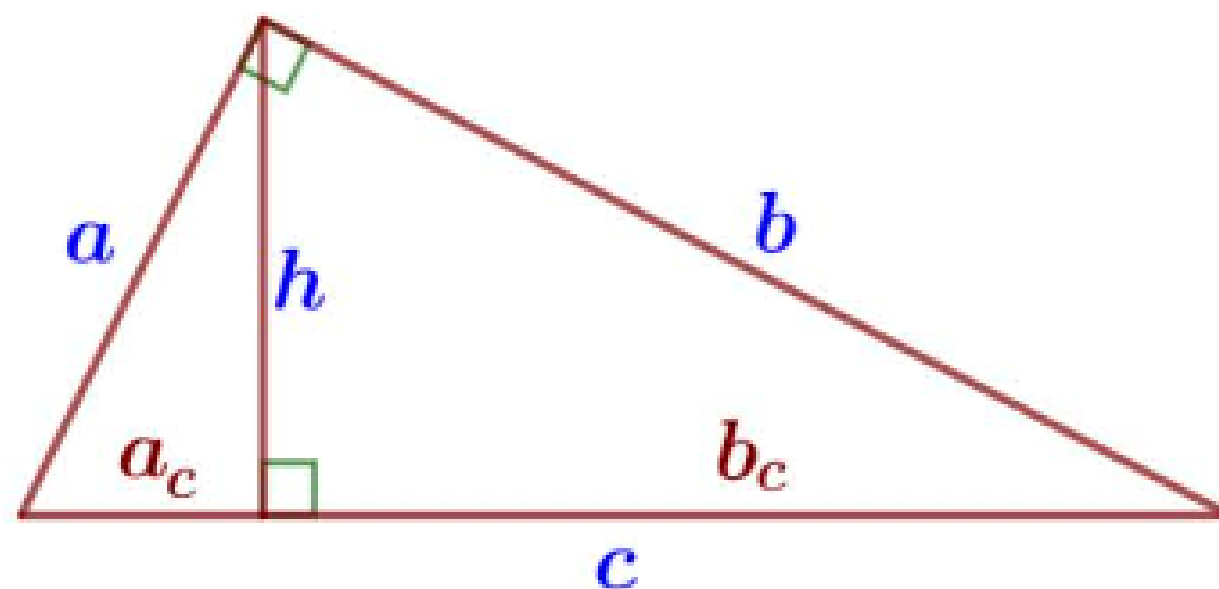


**18.** На гипотенузу АВ прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH,  $AH=4$ ,  $BH=16$ . Найдите CH.

$$CH^2 = AH \cdot HB$$

$$CH^2 = 4 \cdot 16$$

$$CH = \sqrt{4 \cdot 16} = 2 \cdot 4 = 8$$



**Пропорциональные отрезки:**

$$h^2 = a_c \cdot b_c$$

$$a^2 = a_c \cdot c$$

$$b^2 = b_c \cdot c$$

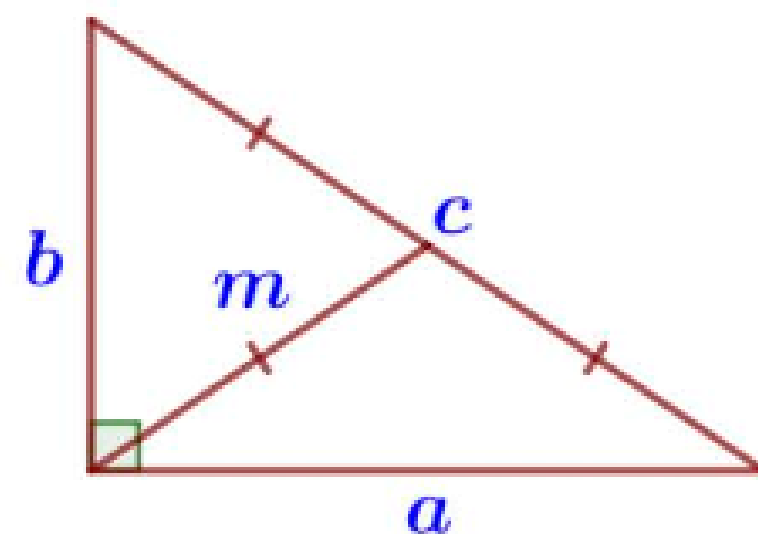
## Задание 15. Треугольники



**19.** Катеты прямоугольного треугольника равны 7 и 24. Найдите гипотенузу этого треугольника.

$$\begin{aligned}c^2 &= 7^2 + 24^2 \\c^2 &= 49 + 576 \\c^2 &= 625 \\c &= 25\end{aligned}$$

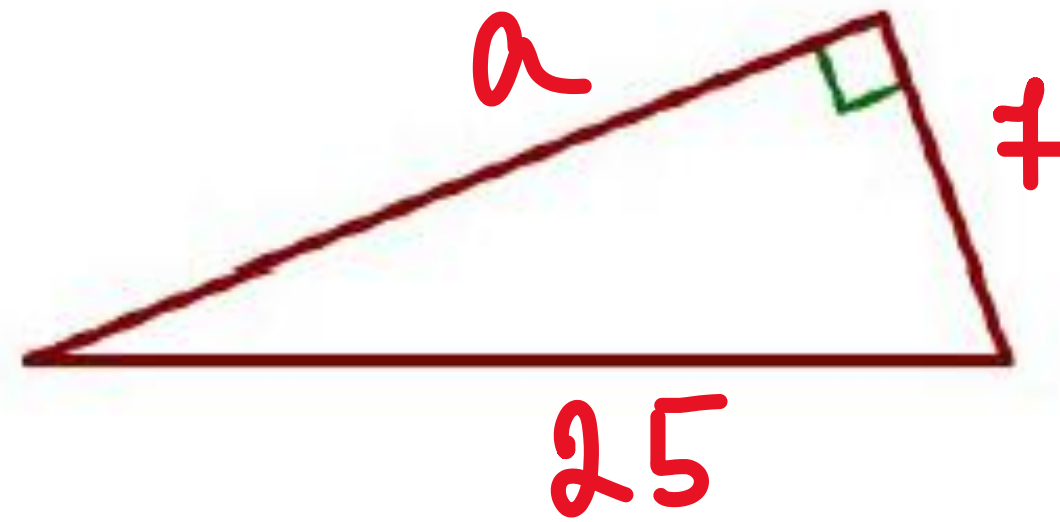
### Треугольник прямоугольный



**Теорема Пифагора:** в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

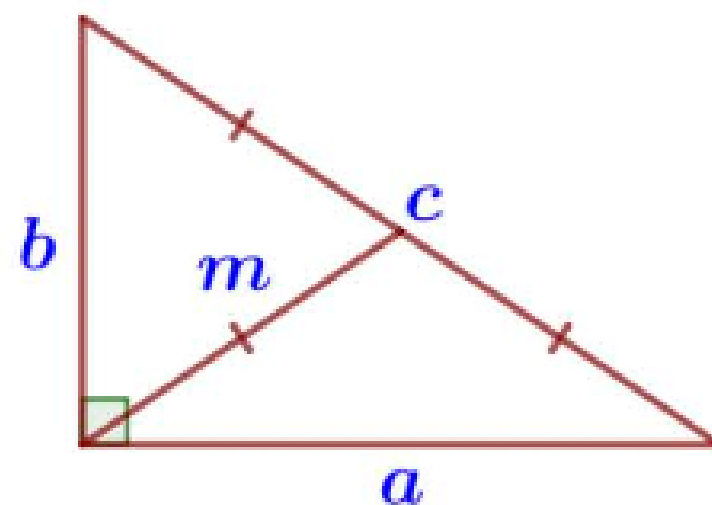
## Задание 15. Треугольники



**20.** В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 7 и 25 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.

$$\begin{aligned}a^2 + 7^2 &= 25^2 \\a^2 &= 625 - 49 \\a^2 &= 576 \\a &= 24\end{aligned}$$

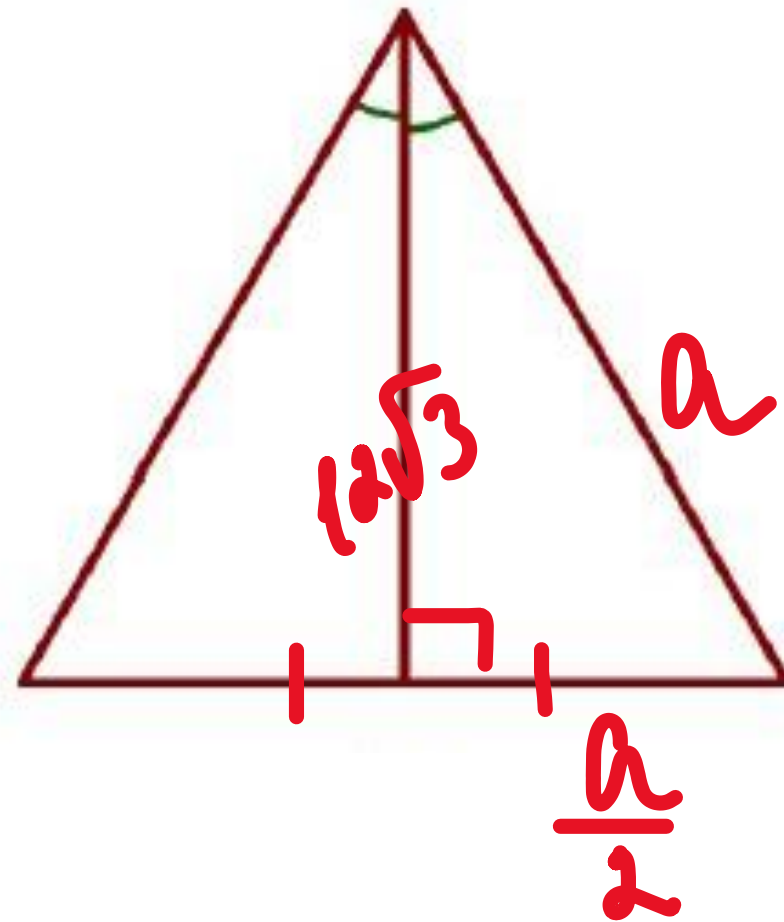
### Треугольник прямоугольный



**Теорема Пифагора:** в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

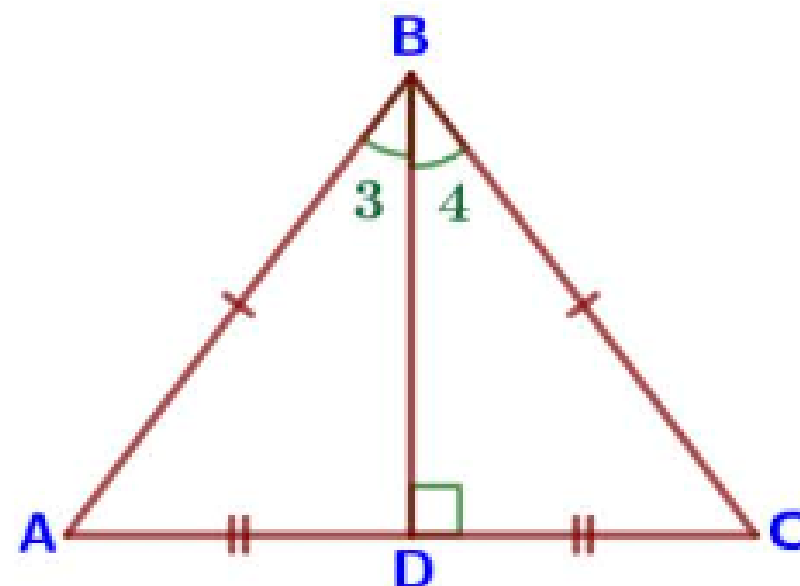
## Задание 15. Треугольники



21. Биссектриса равностороннего треугольника равна  $12\sqrt{3}$ . Найдите сторону этого треугольника.

$$\begin{aligned} (12\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 &= a^2 \\ 12^2 \cdot 3 + \frac{a^2}{4} &= a^2 \\ 12^2 \cdot 3 &= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} \\ \frac{12^2 \cdot 3}{1} &= \frac{3a^2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3a^2 &= 12^2 \cdot 3 \quad | :3 \\ a^2 &= 12^2 \\ a &= 12 \end{aligned}$$



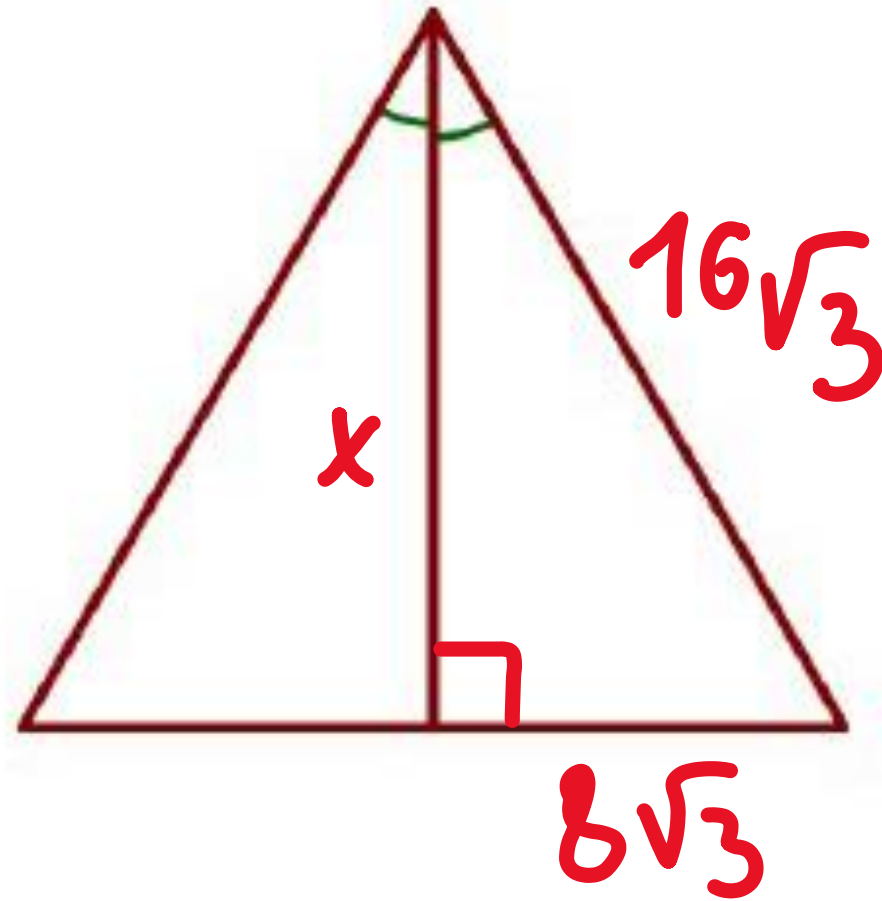
В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой:

BD – биссектриса ( $\angle 3 = \angle 4$ ),

BD – медиана ( $AD = CD$ ),

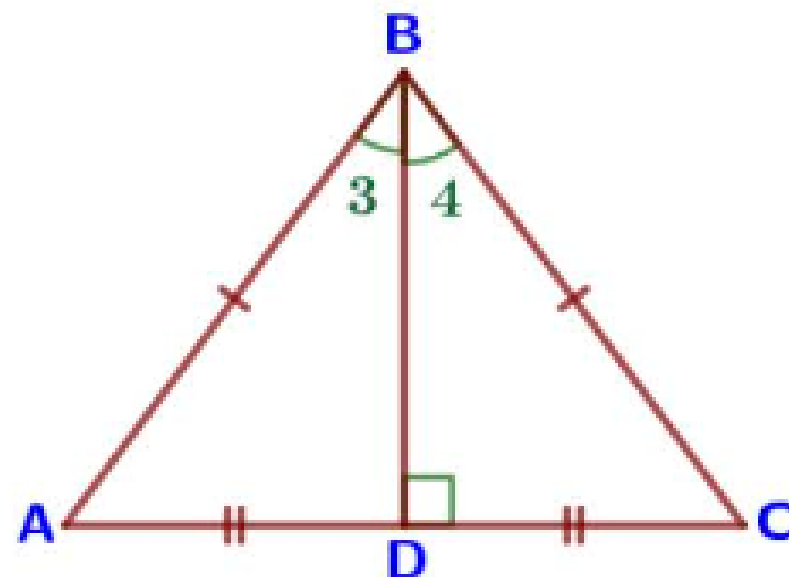
BD – высота ( $BD \perp AC$ ).

## Задание 15. Треугольники



22. Сторона равностороннего треугольника равна  $16\sqrt{3}$ . Найдите биссектрису этого треугольника.

$$\begin{aligned}x^2 + (8\sqrt{3})^2 &= (16\sqrt{3})^2 \\x^2 + 8^2 \cdot 3 &= 16^2 \cdot 3 \\x^2 &= 16^2 \cdot 3 - 8^2 \cdot 3 \\x^2 &= 576 \\x &= 24\end{aligned}$$



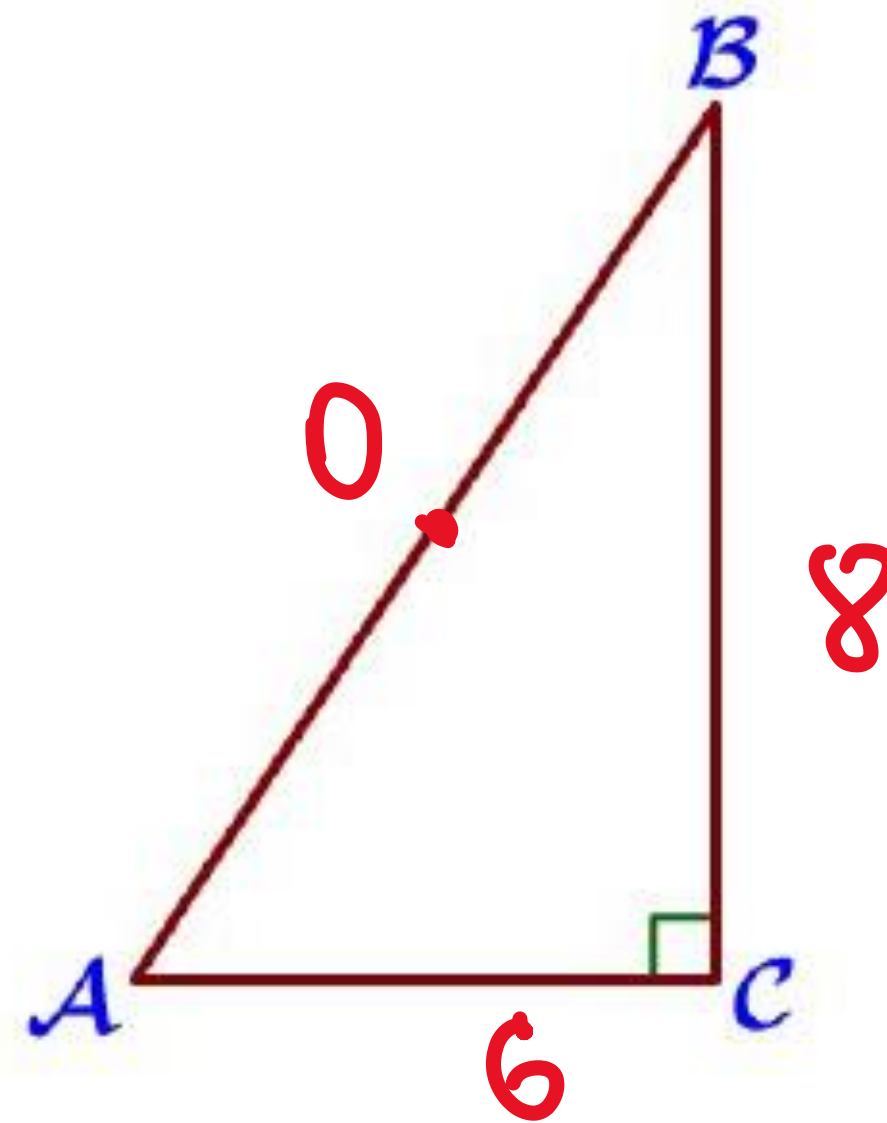
В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой:

BD – биссектриса ( $\angle 3 = \angle 4$ ),

BD – медиана ( $AD = CD$ ),

BD – высота ( $BD \perp AC$ ).

## Задание 15. Треугольники



23. В треугольнике ABC известно, что  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ , угол C равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

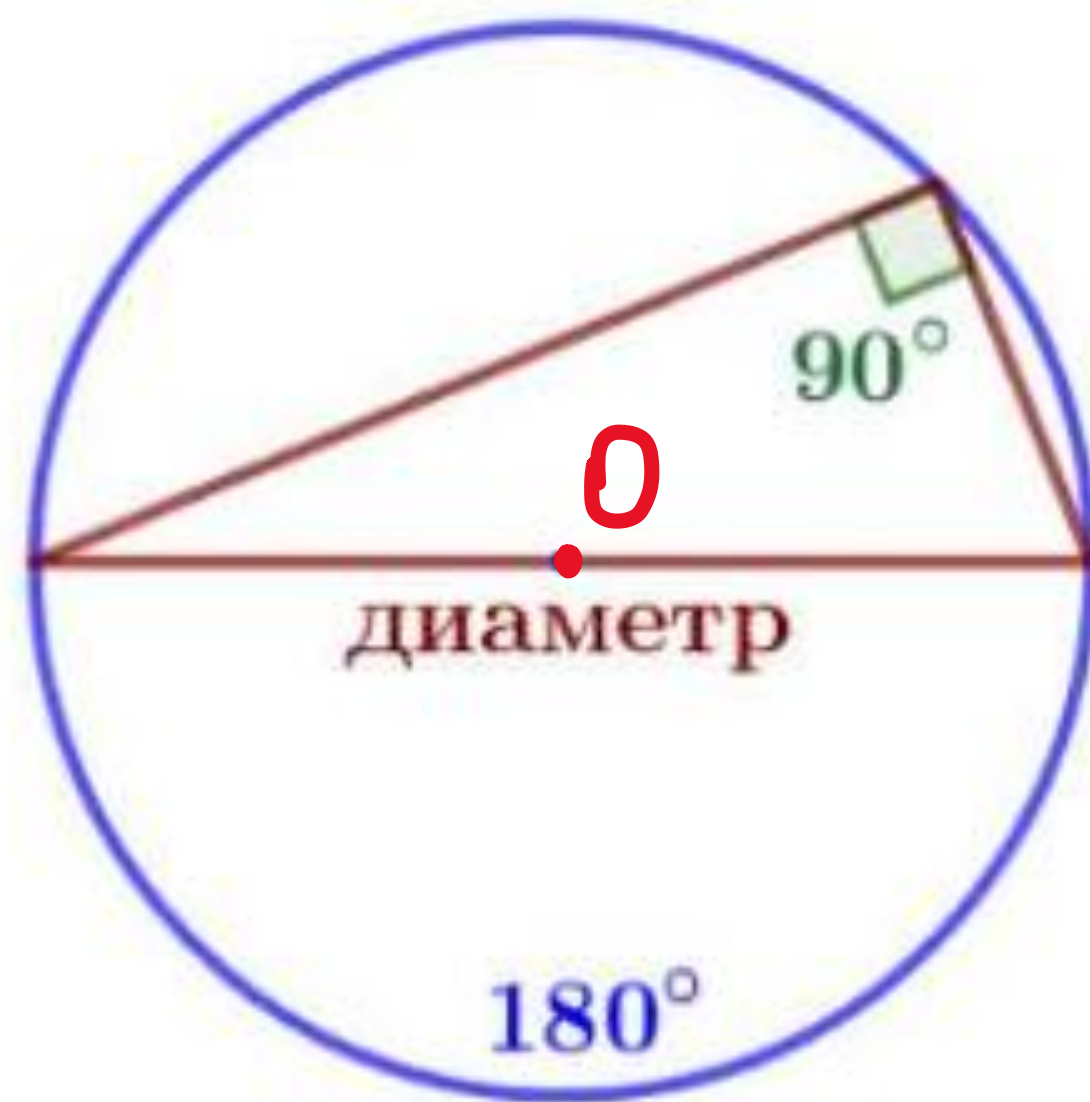
$$OA = OB = R$$

По т. Пифагора:

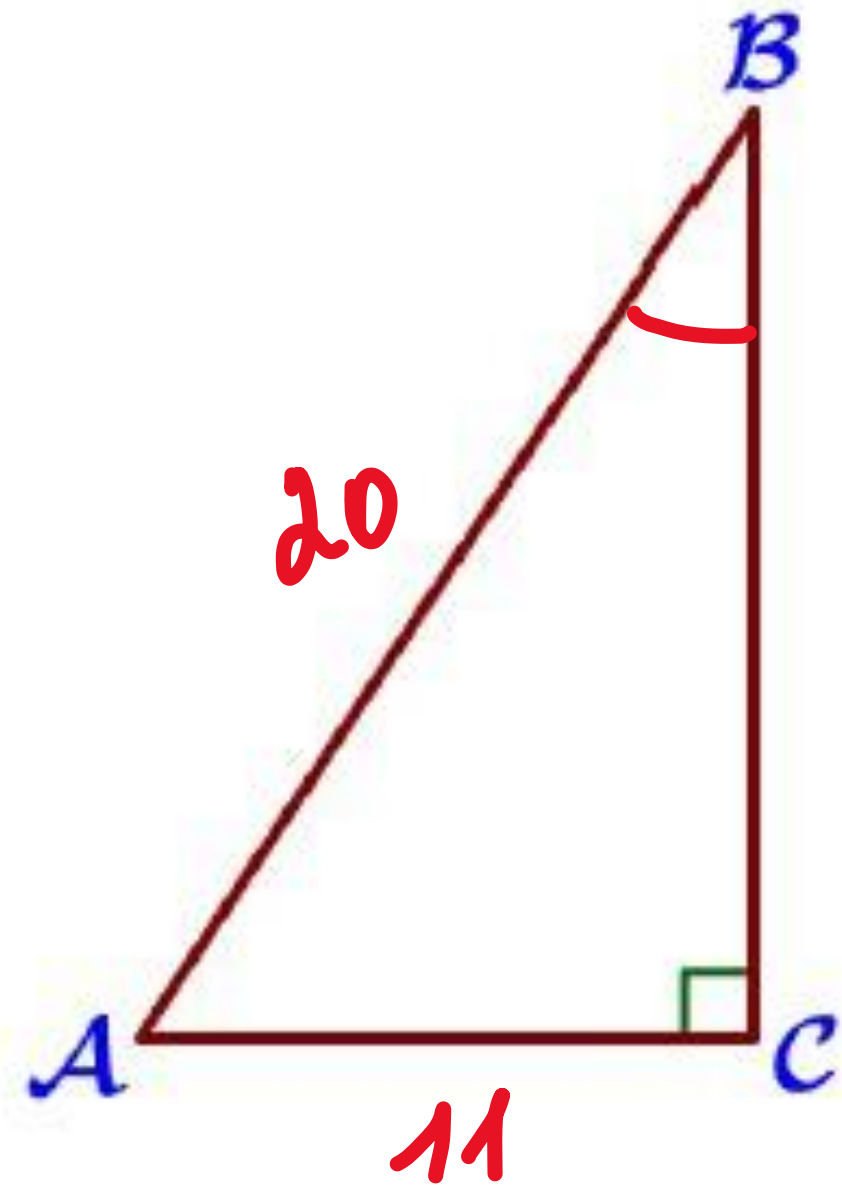
$$AB^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$AB = 10$$

$$OA = OB = 10 : 2 = 5$$

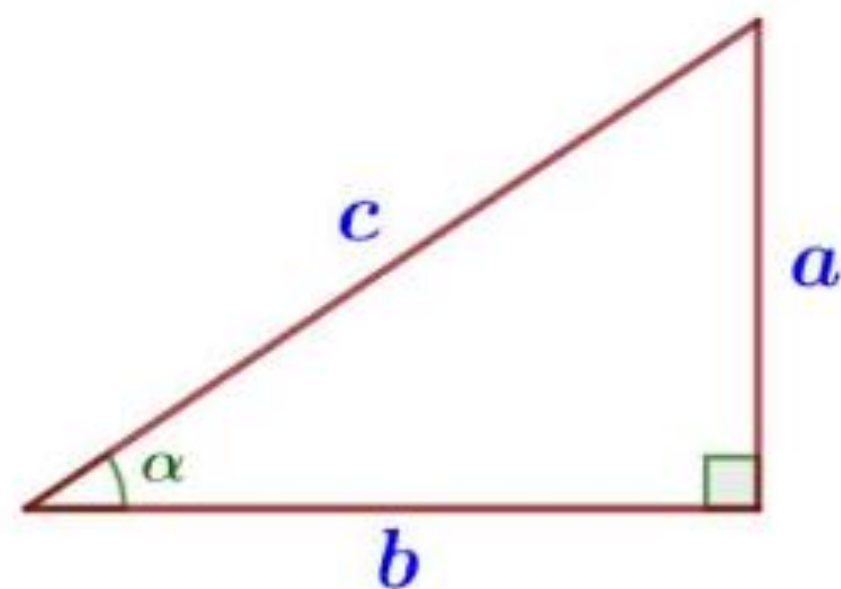


## Задание 15. Треугольники



24. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $AC=11$ ,  $AB=20$ . Найдите  $\sin B$ .

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{11}{20} = 0,55$$

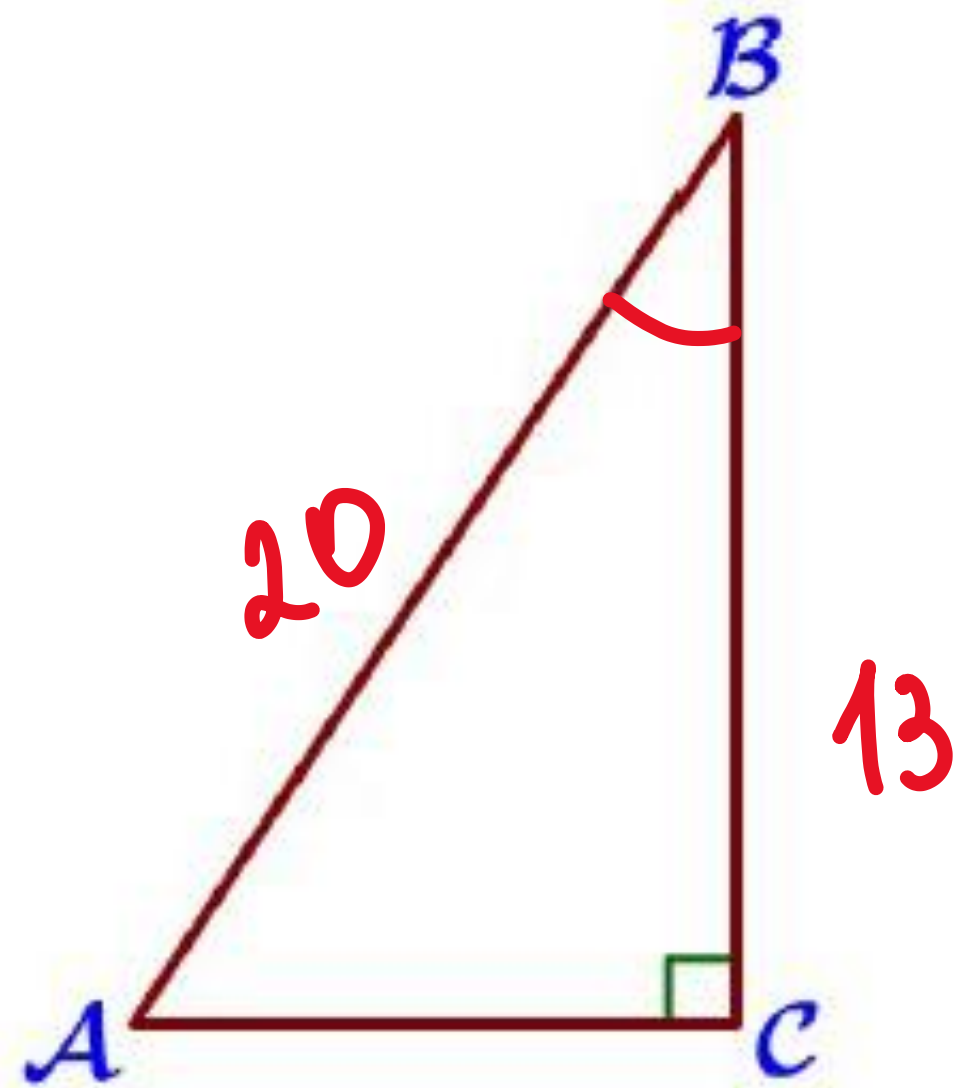


$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

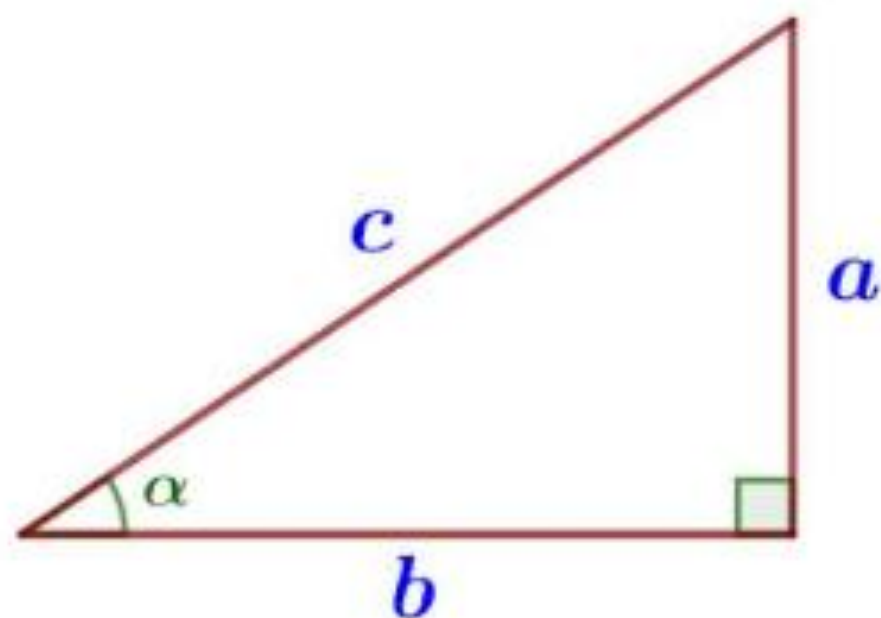
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

## Задание 15. Треугольники



25. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=13$ ,  $AB=20$ . Найдите  $\cos B$ .

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{13}{20} = 0,65$$

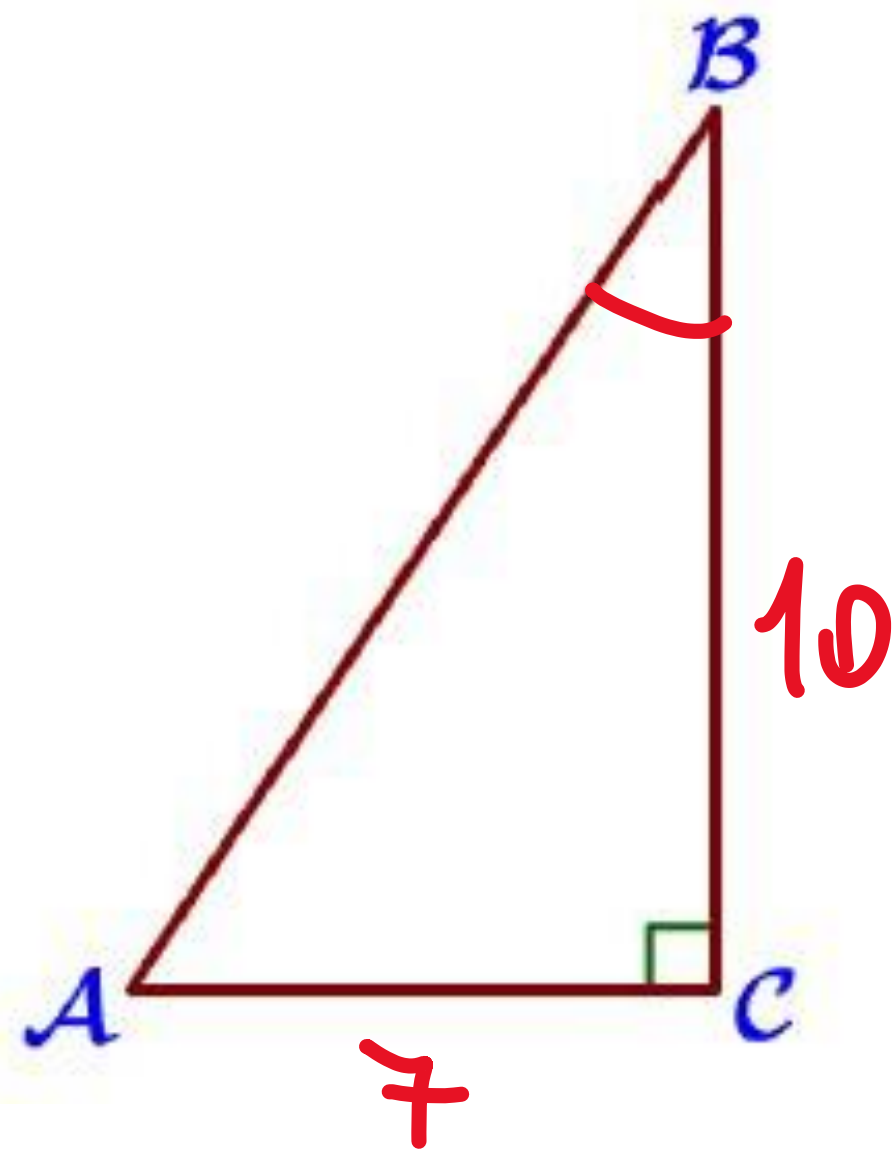


$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

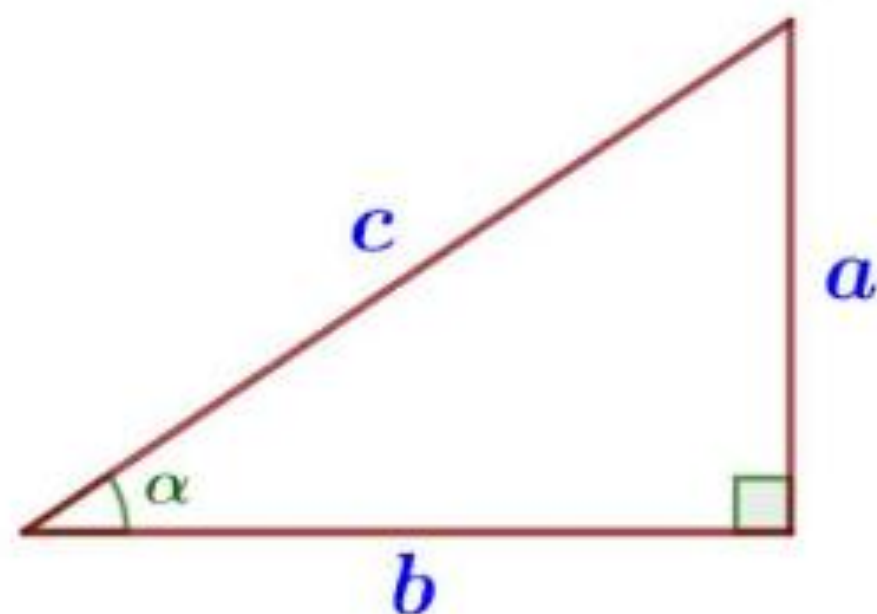
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

## Задание 15. Треугольники



**26.** В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=10$ ,  $AC=7$ . Найдите  $\operatorname{tg} B$ .

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} = \frac{7}{10} = 0,7$$

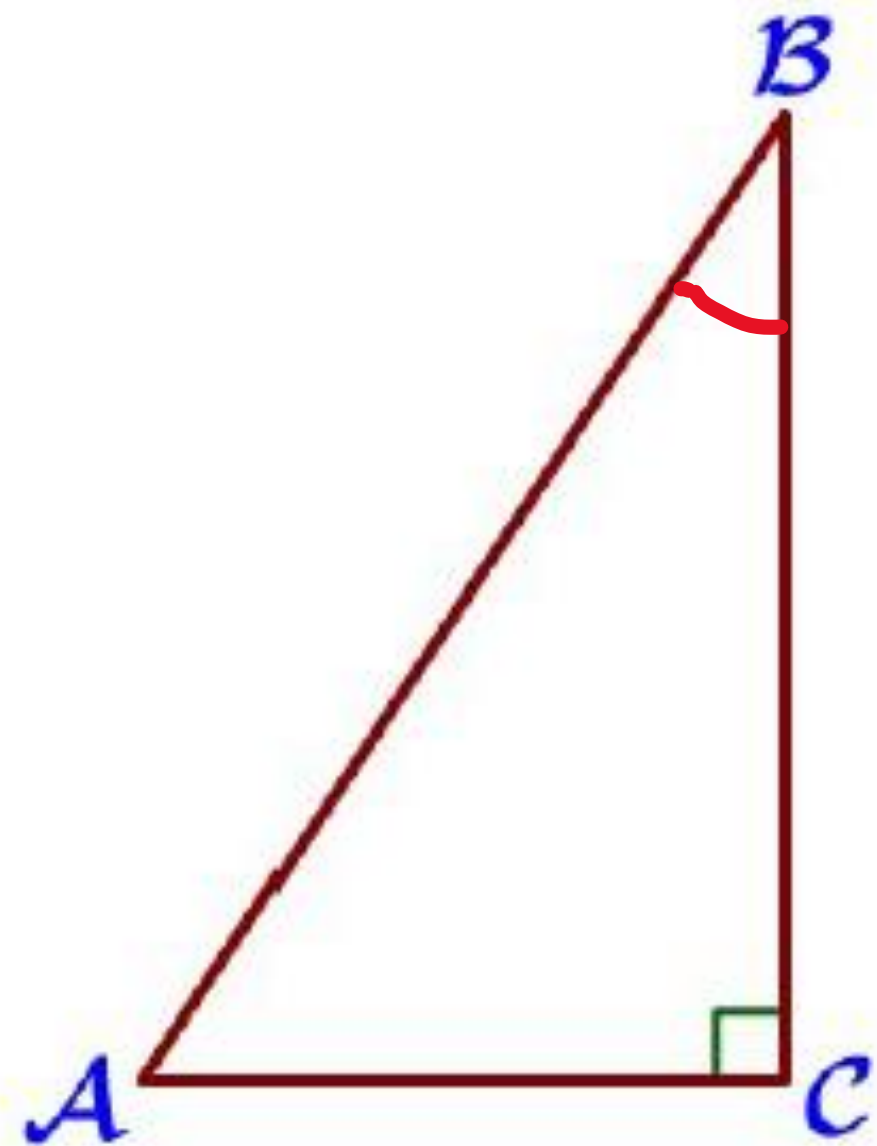


$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{противолежающий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

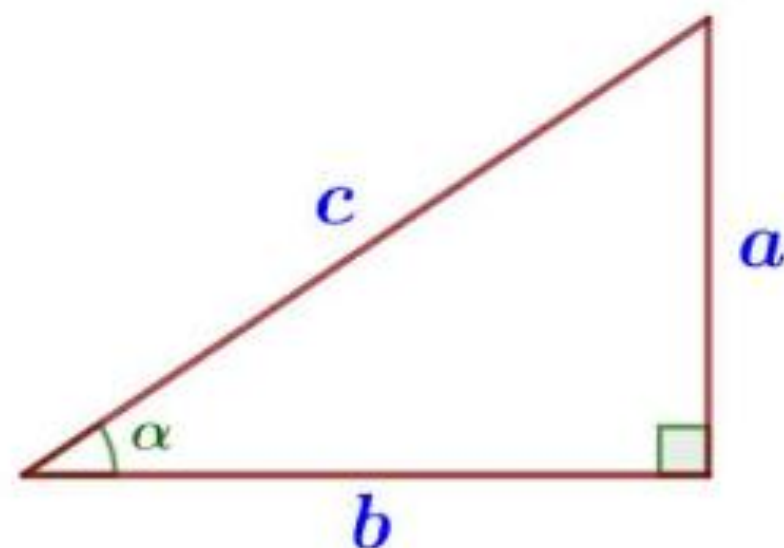
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{противолежающий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

## Задание 15. Треугольники



27. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\sin B = \frac{4}{9}$ ,  $AB = 18$ . Найдите AC.

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{AC}{18} \qquad \frac{AC}{18} = \frac{4}{9}$$
$$\sin B = \frac{4}{9} \qquad AC = \frac{18 \cdot 4}{9} = 8$$

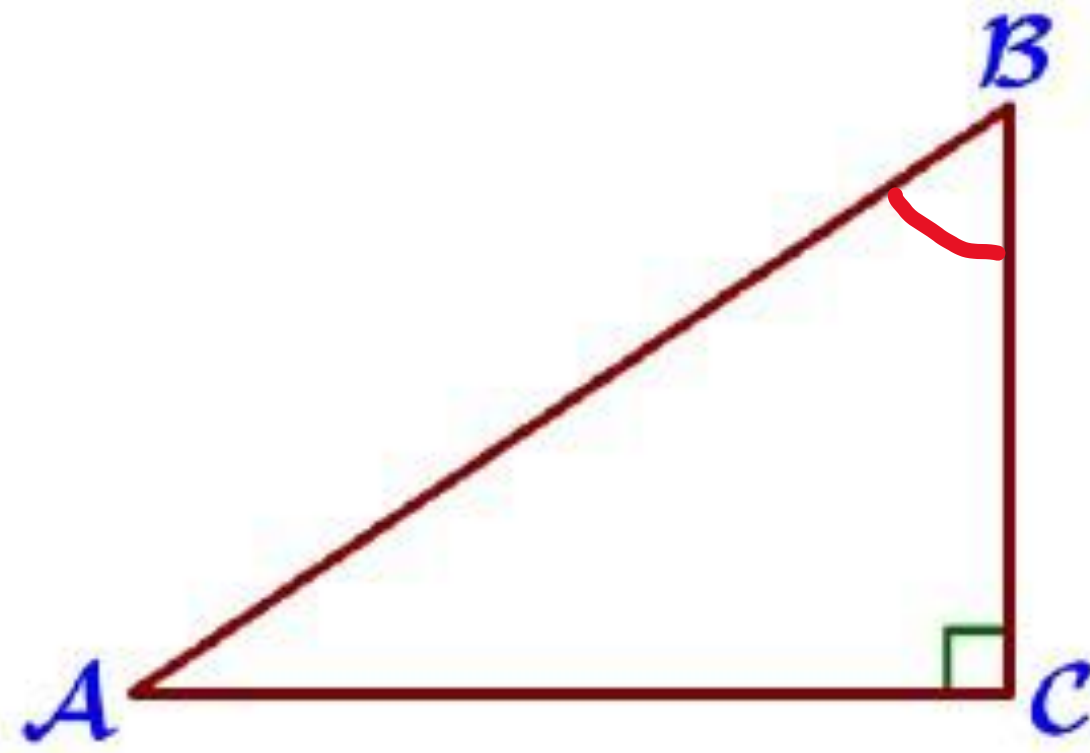


$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

## Задание 15. Треугольники

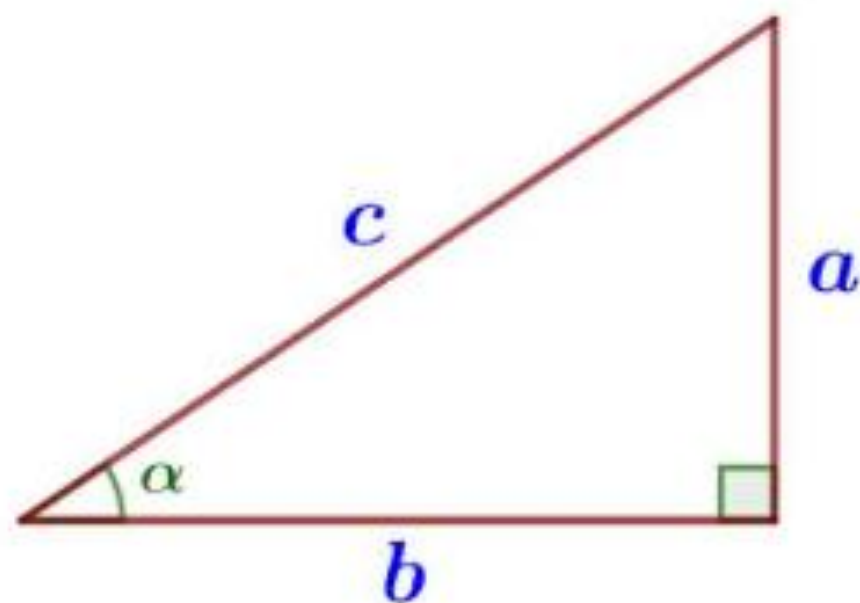


28. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\cos B = \frac{2}{5}$ ,  $AB = 10$ . Найдите BC.

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{10}$$
$$\cos B = \frac{2}{5}$$

$$\frac{BC}{10} = \frac{2}{5}$$

$$BC = \frac{10 \cdot 2}{5} = 4$$

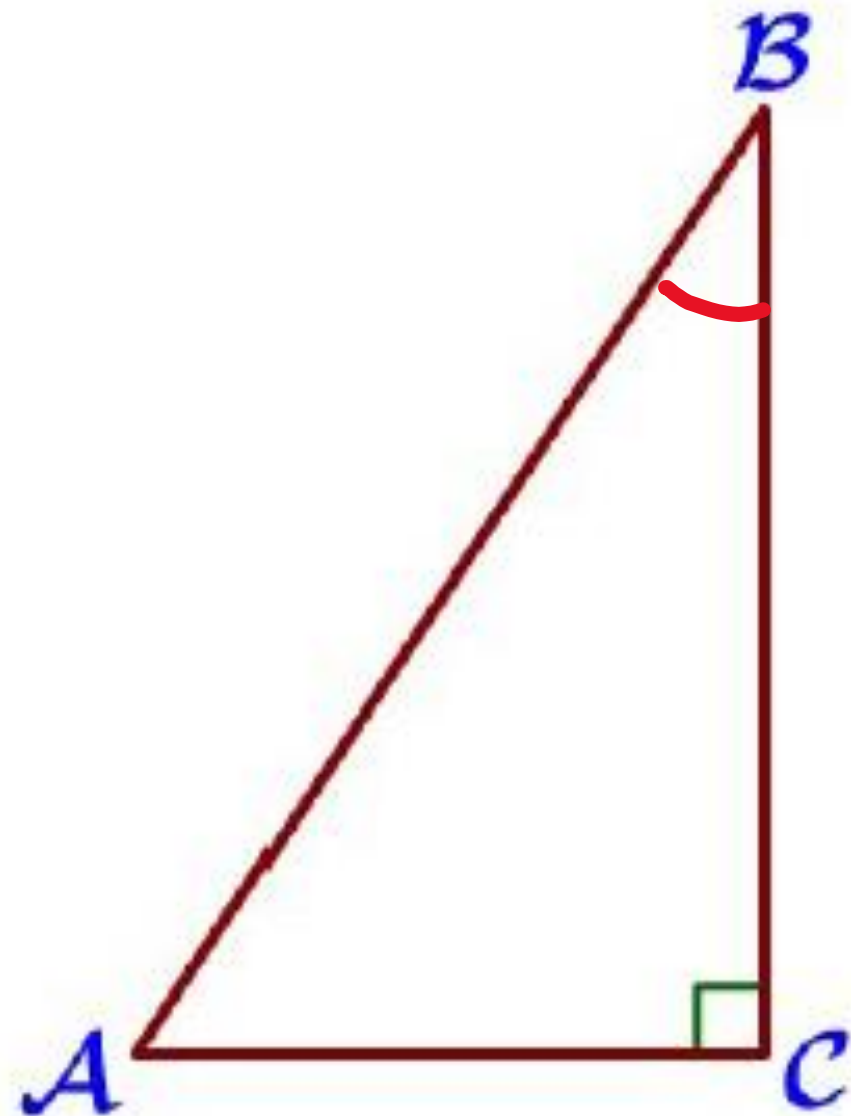


$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{противолежающий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

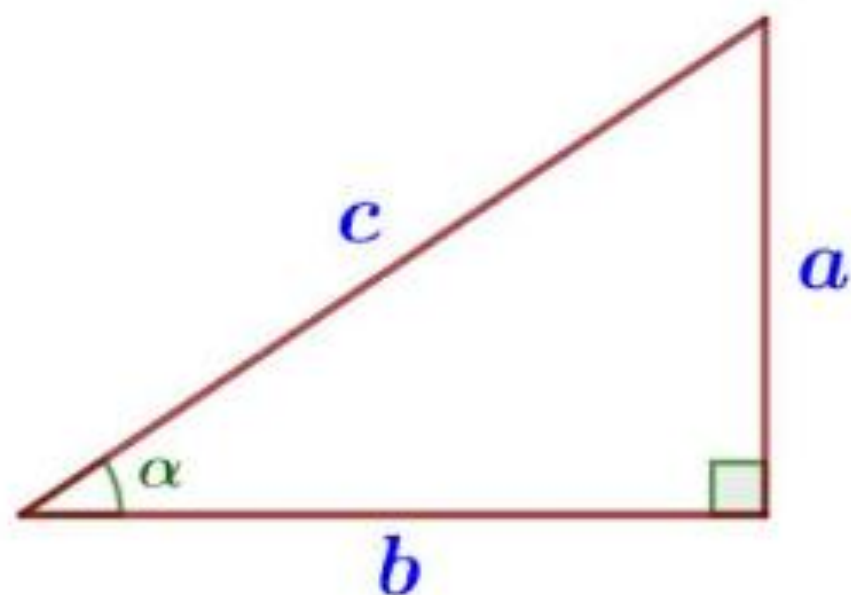
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{противолежающий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

## Задание 15. Треугольники



29. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} B = \frac{7}{12}$ ,  $BC = 48$ . Найдите AC.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} B &= \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{48} & \frac{AC}{48} &= \frac{7}{12} \\ \operatorname{tg} B &= \frac{7}{12} & AC &= \frac{48 \cdot 7}{12} = 28 \end{aligned}$$

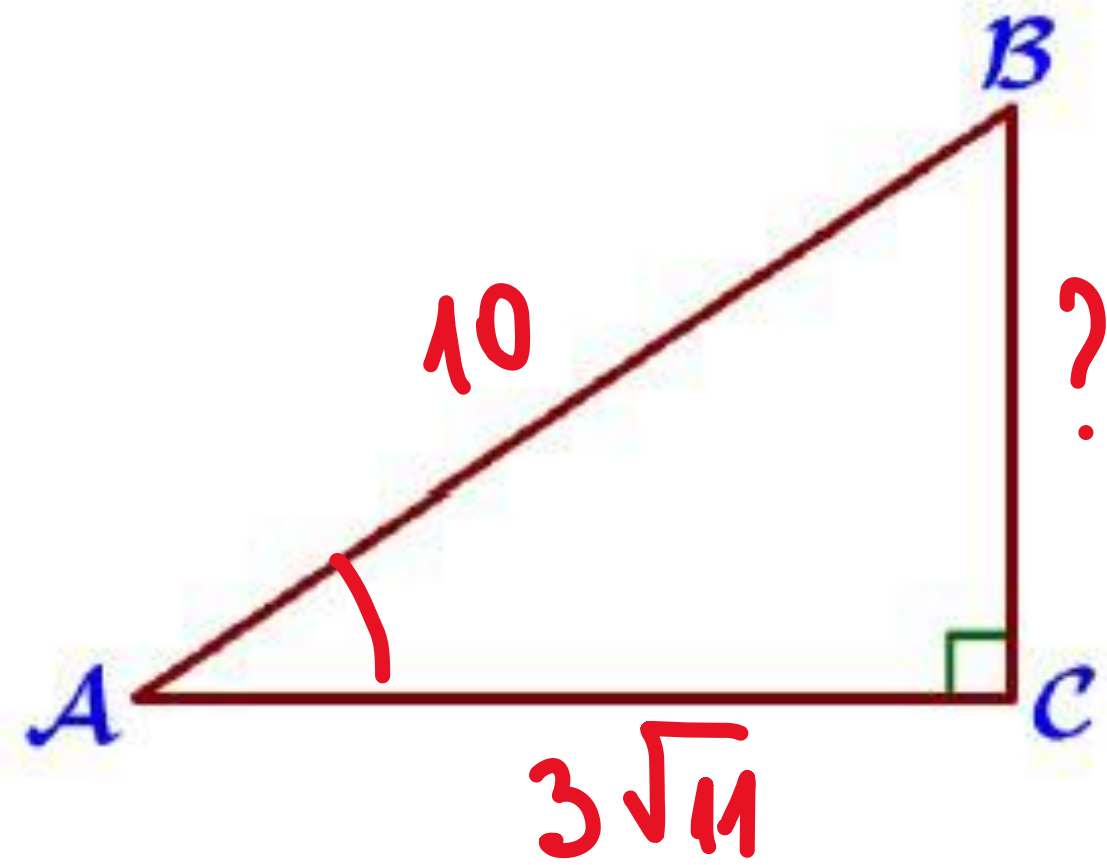


$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{противолежающий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{противолежающий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

## Задание 15. Треугольники



30. Синус острого угла A треугольника ABC равен  $\frac{3\sqrt{11}}{10}$ . Найдите  $\cos A$ .

$$1) \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3\sqrt{11}}{10}$$

$$3) \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{10} = 0,1$$

2) по т. Пифагора:

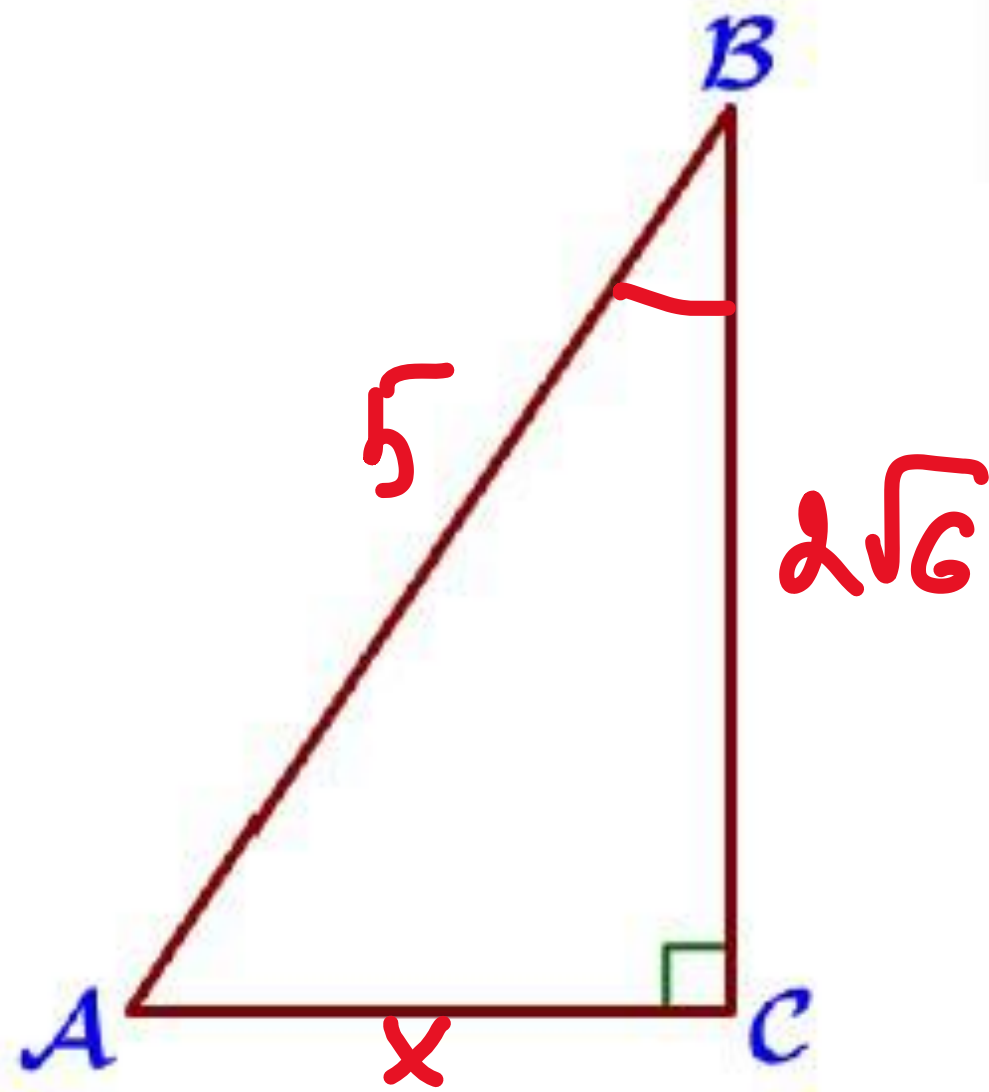
$$x^2 + (3\sqrt{11})^2 = 10^2$$

$$x^2 + 9 \cdot 11 = 100$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 - BC$$

## Задание 15. Треугольники



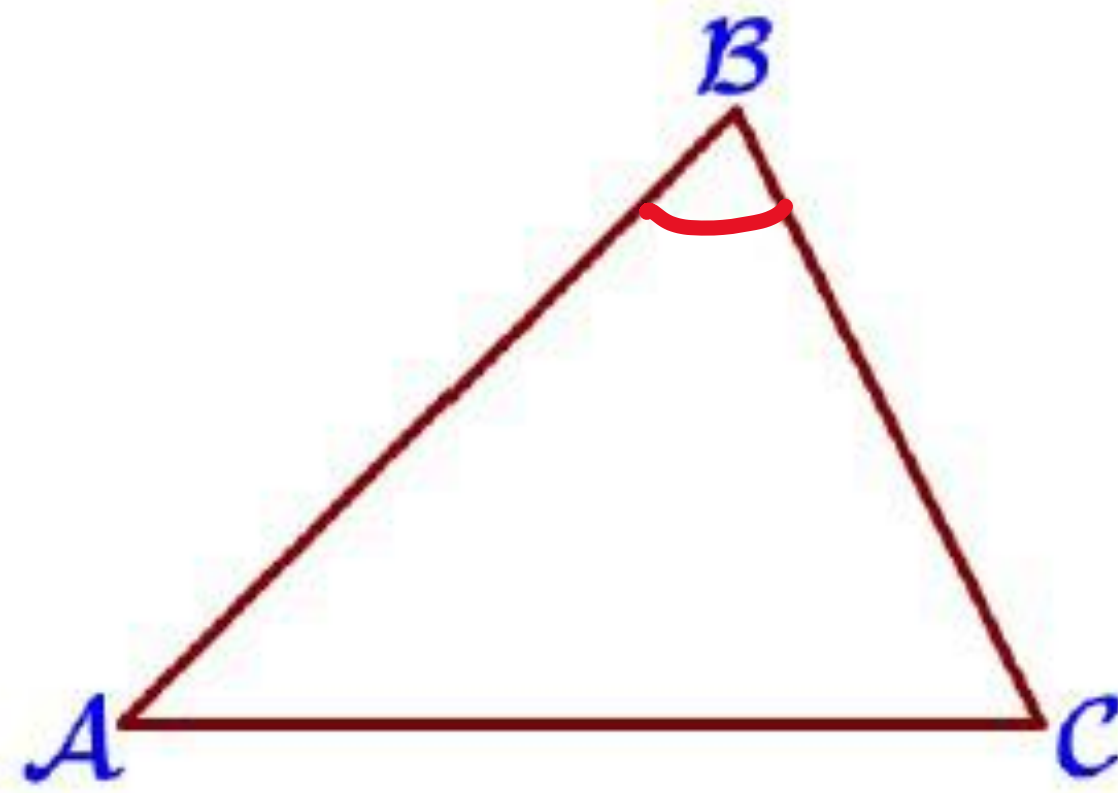
31. Косинус острого угла A треугольника ABC равен  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ . Найдите  $\sin A$ .

1)  $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \Rightarrow BC = 2\sqrt{6} \text{ и } AB = 5$

2) По г. Пифагора:  
 $x^2 + (2\sqrt{6})^2 = 5^2$   
 $x^2 + 4 \cdot 6 = 25$   
 $x^2 = 1$   
 $x = 1 - AC$

3)  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{5} = 0,2$

## Задание 15. Треугольники



**32.** В треугольнике ABC известно, что  $AB=15$ ,  $BC=8$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{5}{6}$ . Найдите площадь треугольника ABC.

$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 8 \cdot \frac{5}{6} = 50$$

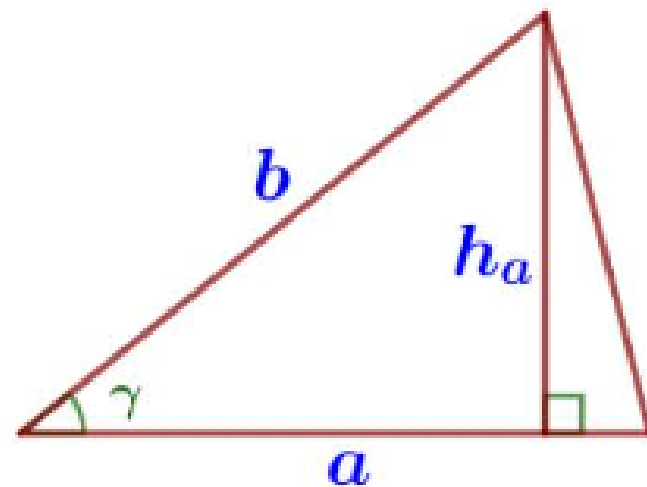
**Площадь треугольника** равна...

а) половине произведения его основания на высоту:

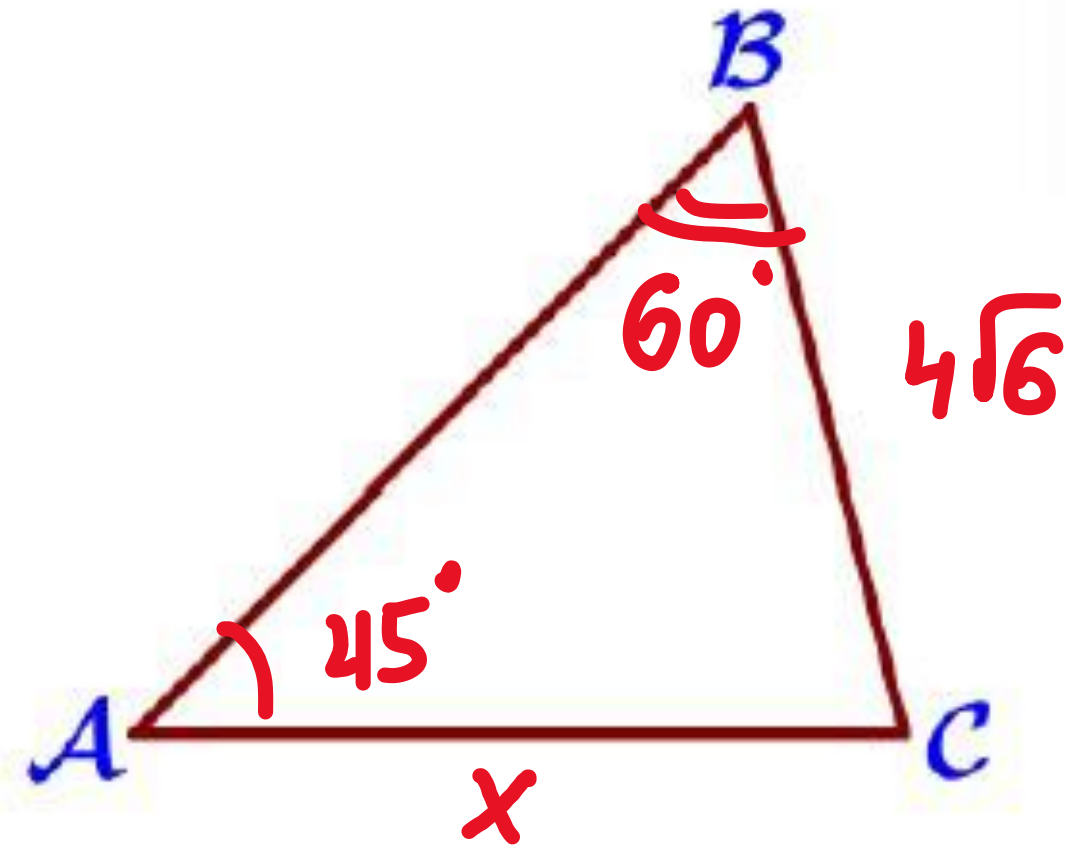
$$S = \frac{1}{2} ah_a = lh_a.$$

б) половине произведения двух его сторон на синус угла между ними:

$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma.$$



## Задание 15. Треугольники



33. В треугольнике ABC угол A равен 45°, угол B равен 60°,  $BC = 4\sqrt{6}$ . Найдите AC.

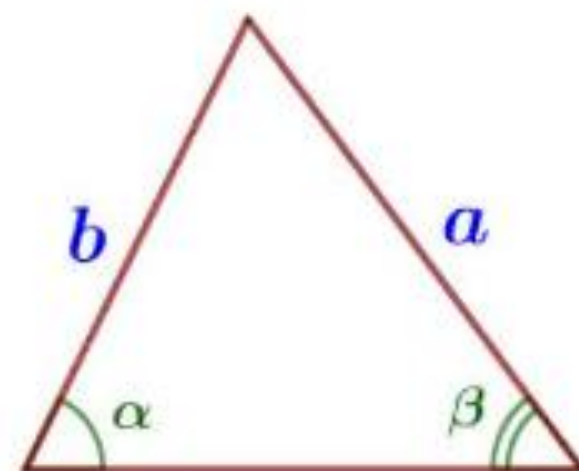
по т. Синусов:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\frac{4\sqrt{6}}{\sin 45^\circ} = \frac{x}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{\cancel{2} \cdot 4\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{2}x}{\sqrt{3}}$$

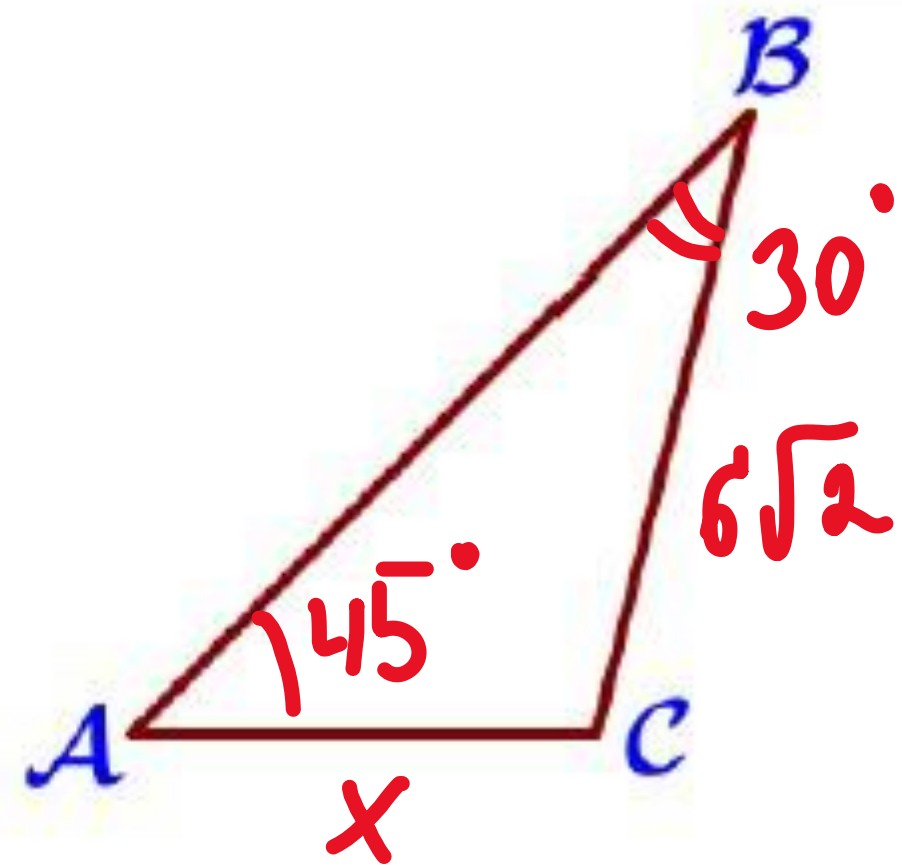
$$x = \frac{4\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{9} = 12$$



**Теорема синусов:** стороны треугольников пропорциональны синусам противолежащих углов:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

## Задание 15. Треугольники

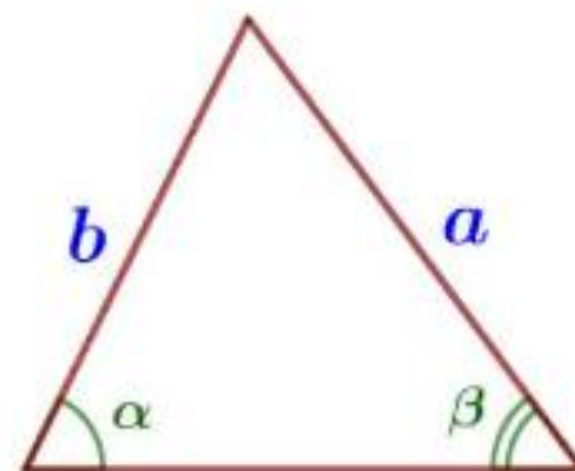


34. В треугольнике ABC угол A равен  $45^\circ$ , угол B равен  $30^\circ$ ,  $BC = 6\sqrt{2}$ . Найдите AC.

по т. синусов:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$
$$\frac{6\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{x}{\sin 30^\circ}$$

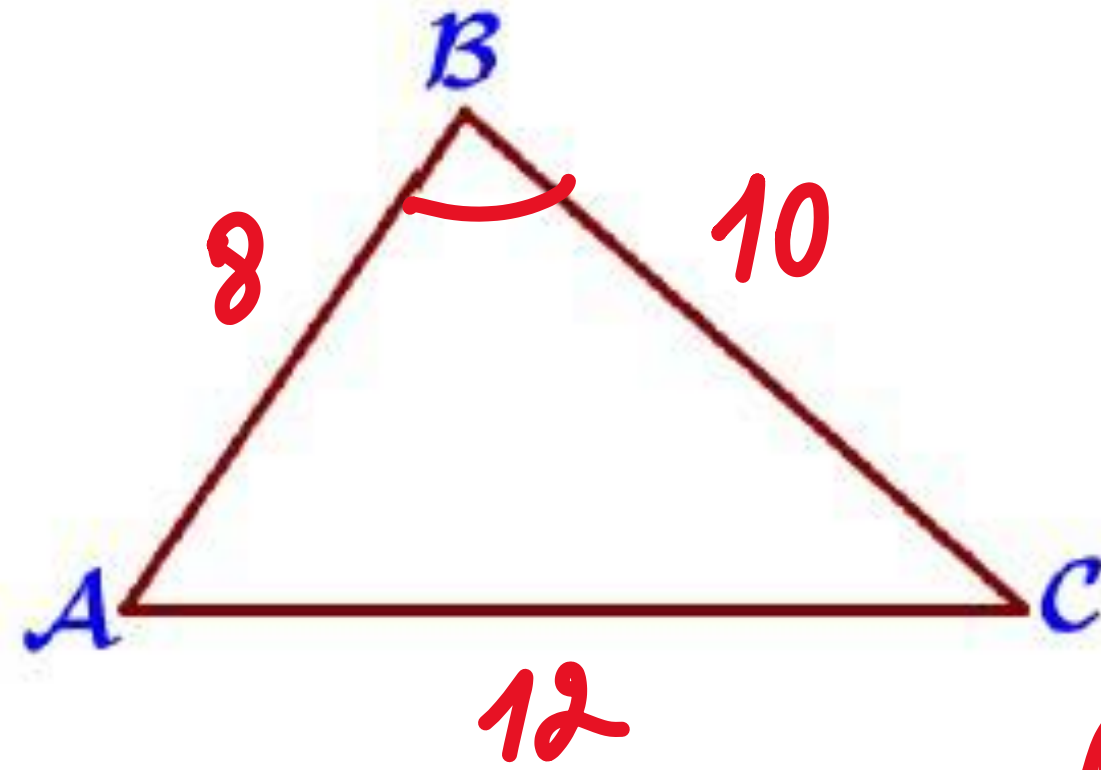
$$\frac{\cancel{2} \cdot 6\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{x \cdot \cancel{2}}{1}$$
$$x = 6$$



**Теорема синусов:** стороны треугольников пропорциональны синусам противолежащих углов:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

## Задание 15. Треугольники



35. В треугольнике ABC известно, что  $AB=8$ ,  $BC=10$ ,  $AC=12$ . Найдите  $\cos \angle ABC$ .

по г. Косинусов:

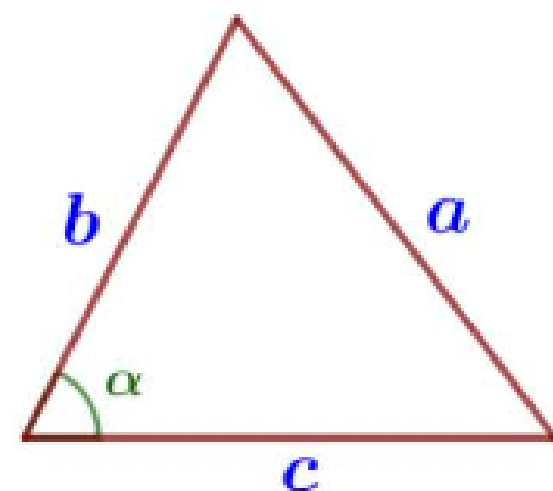
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$$

$$12^2 = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos \angle ABC$$

$$144 = 64 + 100 - 160 \cdot \cos \angle ABC$$

$$160 \cos \angle ABC = 164 - 144$$

$$\cos \angle ABC = \frac{20}{160} = \frac{1}{8} = 0,125$$



**Теорема косинусов:** квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha.$$