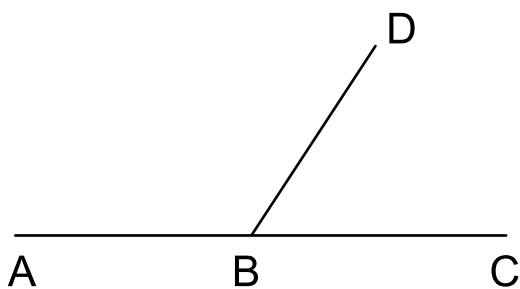


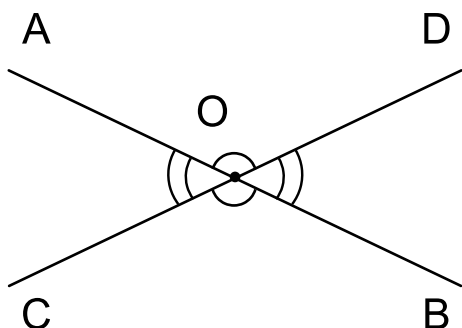
УГЛЫ



Смежные углы – это два угла, у которых **одна сторона общая**, а две другие дополняют друг друга до прямой

$\angle ABD$ и $\angle CBD$ – смежные

Сумма смежных углов равна 180°
 $\angle ABD + \angle CBD = 180^\circ$

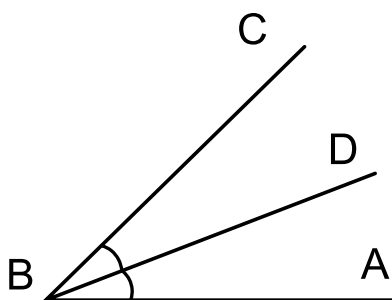


Вертикальные углы – это углы, у которых вершина общая и стороны которых продолжают друг друга

$\angle AOD$ и $\angle COB$ – вертикальные
 $\angle AOC$ и $\angle DOB$ – вертикальные

Вертикальные углы равны

$\angle AOD = \angle COB$
 $\angle AOC = \angle DOB$

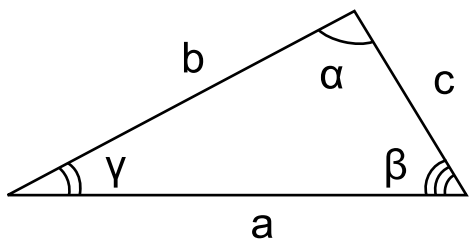


Биссектриса угла – луч, исходящий из вершины угла и делящий этот угол на **два равных угла**

BD – биссектриса угла ABC

$\angle ABD = \angle CBD$

ТРЕУГОЛЬНИКИ

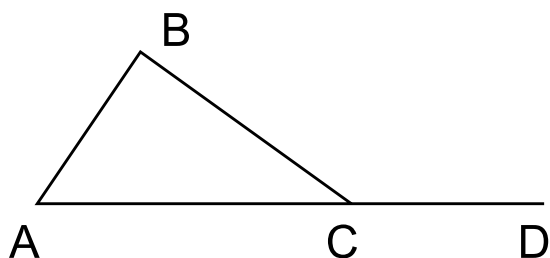


Теорема о сумме углов треугольника: сумма углов треугольника равна 180°

$$\angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma = 180^\circ$$

Неравенство треугольника: сумма любых двух сторон треугольника больше третьей стороны.

$$a + b > c; \quad b + c > a; \quad a + c > b;$$

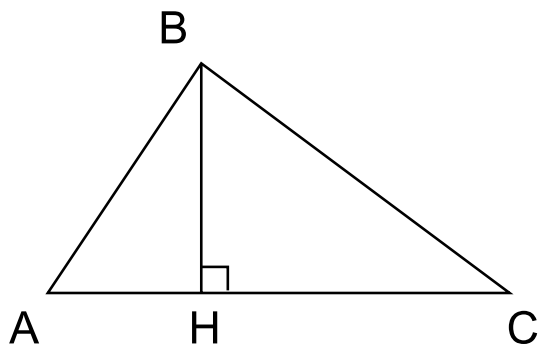


Внешний угол треугольника – это угол, **смежный** с любым из внутренних углов треугольника

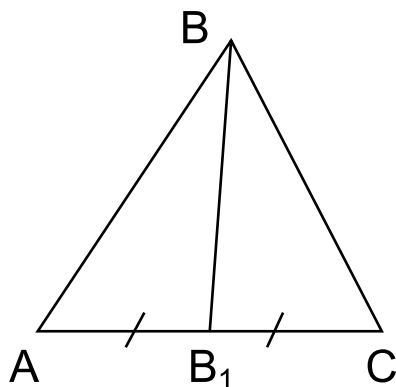
$\angle BCD$ – внешний угол

Внешний угол треугольника равен **сумме двух его внутренних углов**, не смежных с ним

$$\angle BCD = \angle A + \angle B$$

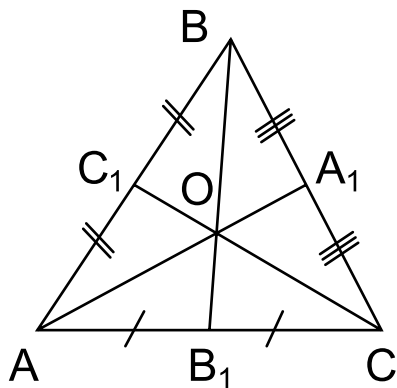


Высота треугольника – это **перпендикуляр**, опущенный из вершины треугольника на **противоположную сторону**
BH – высота



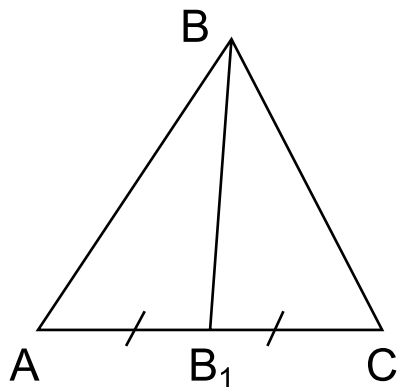
Медиана треугольника – это отрезок, соединяющий его вершину с **серединой** **противоположной стороны**

BB₁ – медиана
AB₁ = CB₁



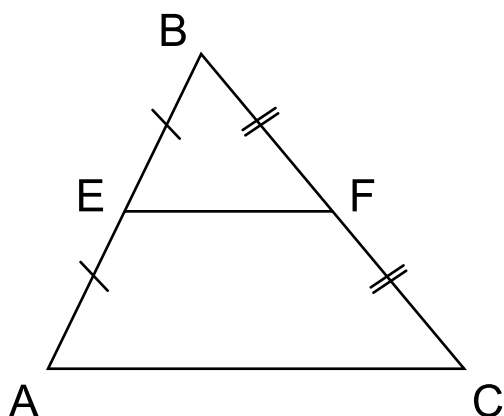
Медианы треугольника **пересекаются в одной точке** и точкой пересечения делятся **в отношении 2:1**, считая от вершины

$$BO : OB_1 = 2 : 1 \text{ или } BO = 2OB_1$$



Каждая **медиана** делит треугольник на два **равновеликих** треугольника

$$S_{ABB_1} = S_{CBB_1}$$



Средняя линия треугольника – это отрезок, соединяющий **середины** двух сторон треугольника

EF – средняя линия

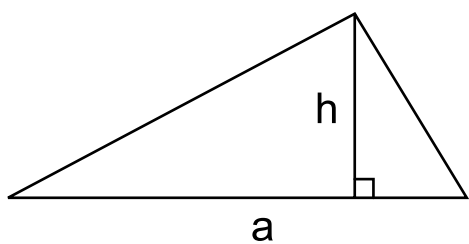
Средняя линия треугольника **параллельна** стороне треугольника и равна её **половине**

$$EF \parallel AC; \quad EF = \frac{1}{2} AC$$

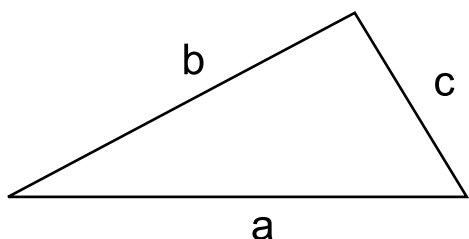
Средняя линия отсекает **подобный** треугольник, **площадь** которого равна **одной четверти** от исходного

$$\triangle ABC \sim \triangle EBF; \quad S_{EBF} = \frac{1}{4} S_{ABC}$$

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



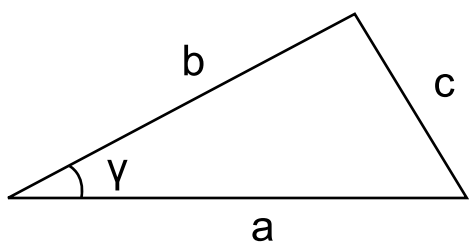
$$S = \frac{1}{2} ah$$



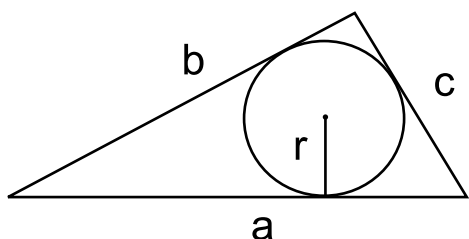
Формула Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{P}{2} = \frac{a+b+c}{2}$$



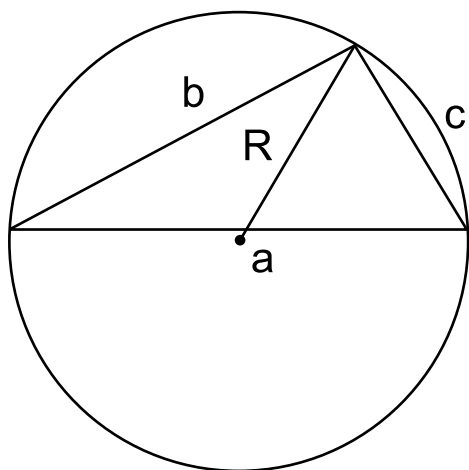
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



$$S = pr,$$

где r – радиус вписанной окружности,

$$p = \frac{P}{2} = \frac{a+b+c}{2}$$

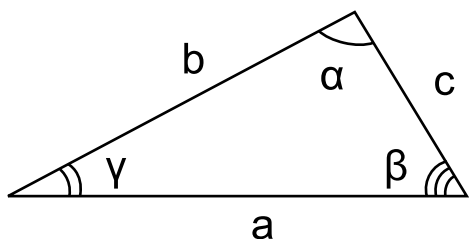


$$S = \frac{abc}{4R},$$

где R – радиус описанной окружности



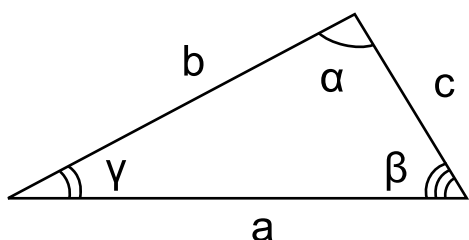
ТЕОРЕМА СИНУСОВ



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R,$$

где R – радиус описанной около треугольника окружности

ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ



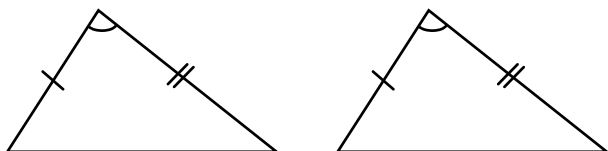
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Два треугольника, которые можно совместить наложением, называются равными

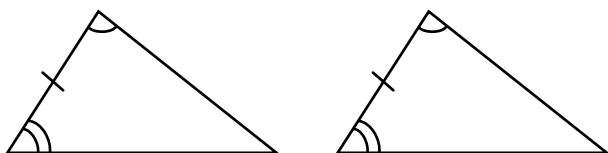
①



Первый признак

По двум сторонам
и углу между ними

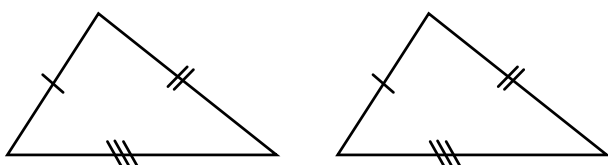
②



Второй признак

По стороне и двум
прилежащим к ней углам

③



Третий признак

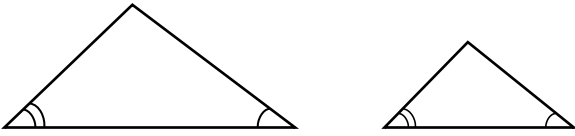
По трём сторонам



ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Треугольники называют подобными, если их сходственные углы равны, а сходственные стороны пропорциональны

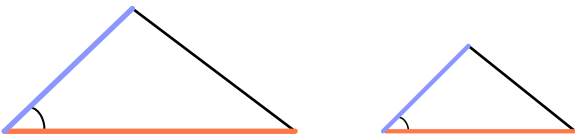
①



Первый признак

По двум углам

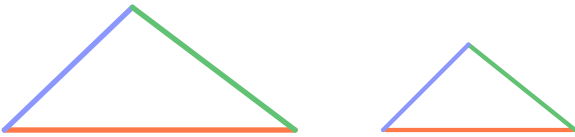
②



Второй признак

По двум пропорциональным сторонам и углу между ними

③

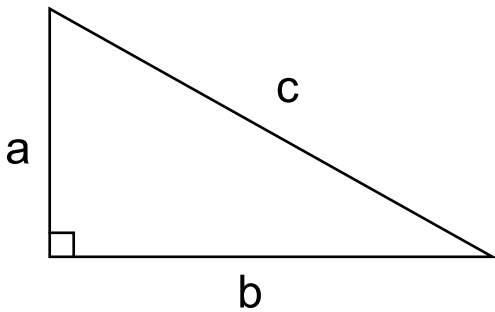


Третий признак

По трём пропорциональным сторонам

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

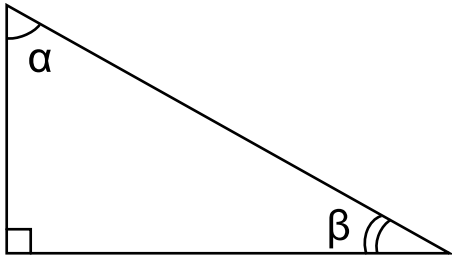


Теорема Пифагора

$$c^2 = a^2 + b^2$$

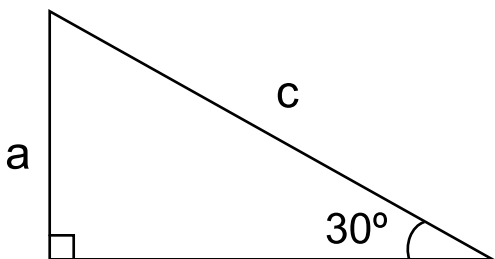
Площадь прямоугольного треугольника

$$S = \frac{1}{2} ab$$



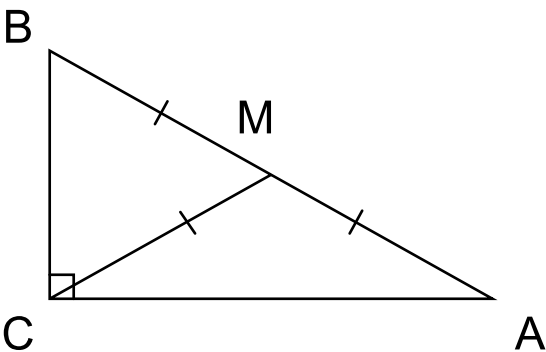
Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна **90°**

$$\angle \alpha + \angle \beta = 90^\circ$$



Катет прямоугольного треугольника, лежащий **против угла в 30°**, равен **половине гипотенузы**

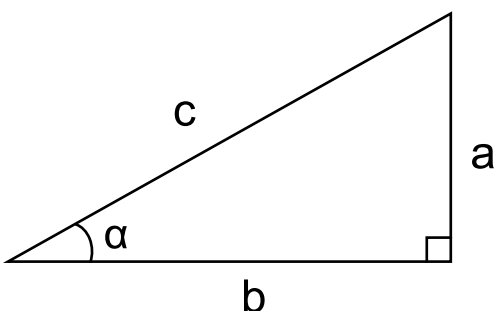
$$a = \frac{c}{2}$$



Медиана в прямоугольном треугольнике, **проведённая** из вершины прямого угла к **гипотенузе**, равна **половине гипотенузы**

$$CM = AM = BM$$

Центром окружности, **описанной** около прямоугольного треугольника, является **середина гипотенузы**



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

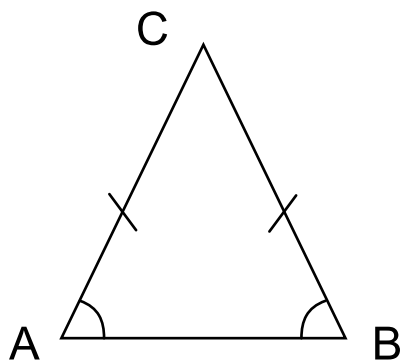
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

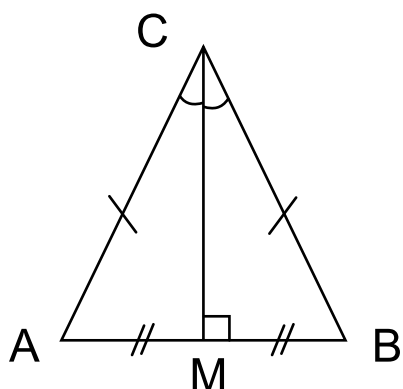


РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Углы при основании
равнобедренного треугольника
равны

$$\angle A = \angle B$$

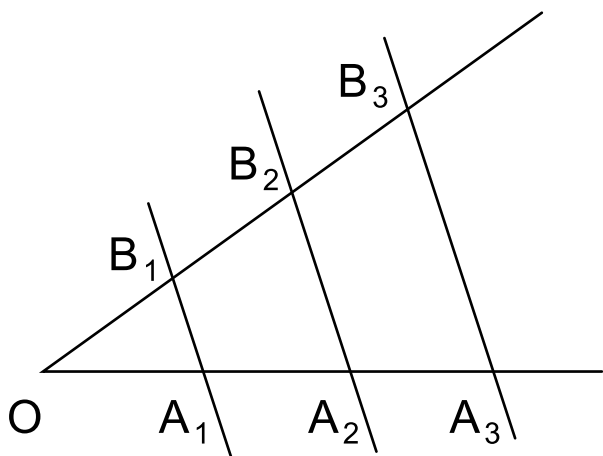


Высота, медиана и биссектриса
в равнобедренном треугольнике,
проведённые к **основанию**,
совпадают

CM – биссектриса, медиана
и высота



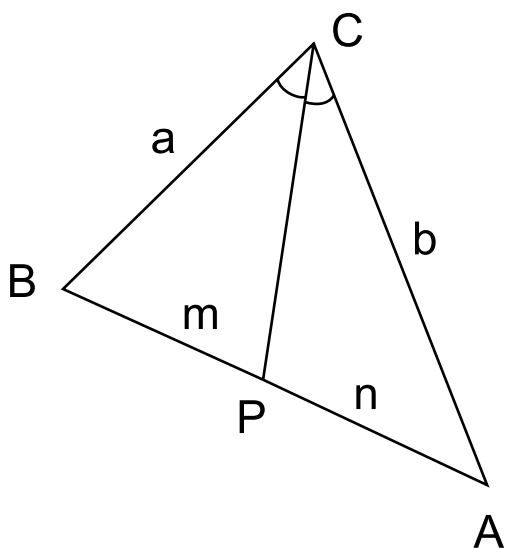
ДОПОЛНИТЕЛЬНО



Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько отрезков и через их концы провести **параллельные прямые**, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой **пропорциональные отрезки**

$$\frac{OA_1}{OB_1} = \frac{A_1A_2}{B_1B_2} = \frac{A_2A_3}{B_2B_3}$$



Биссектриса угла треугольника делит противоположающую сторону в отношении **длин прилежащих сторон**

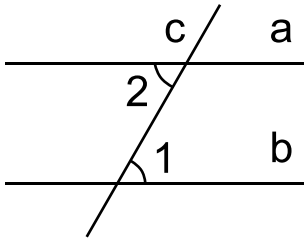
CP — биссектриса

$$\frac{m}{n} = \frac{a}{b}$$

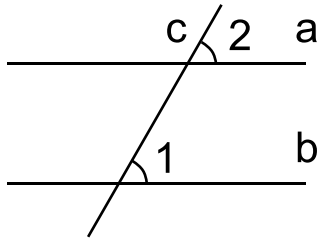


ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

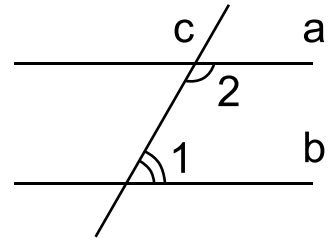
$a \parallel b$, c - секущая



**Накрест лежащие
углы равны**
 $\angle 1 = \angle 2$



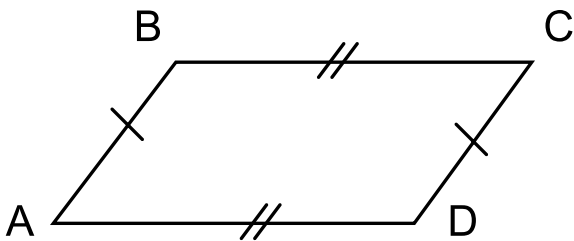
**Соответственные
углы равны**
 $\angle 1 = \angle 2$



**Сумма
односторонних
углов равна 180°**
 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

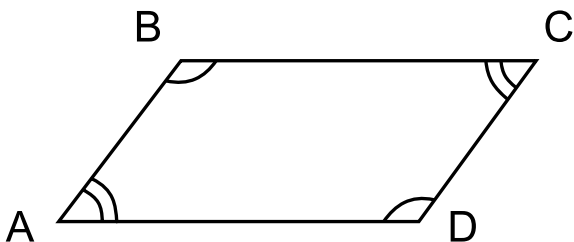
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Параллелограмм – это четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.



**Противоположные стороны
параллелограмма равны** между собой

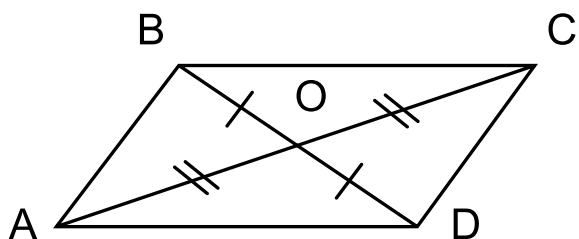
$$\begin{aligned} AB &= CD \\ BC &= AD \end{aligned}$$



**Противоположные углы
параллелограмма равны** между собой

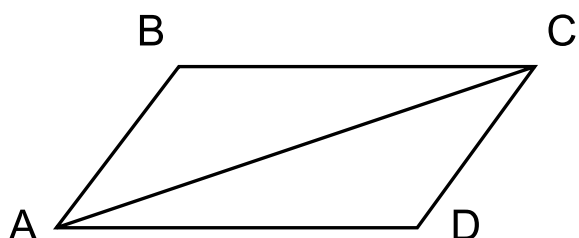
$$\begin{aligned} \angle A &= \angle C \\ \angle B &= \angle D \end{aligned}$$





Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам

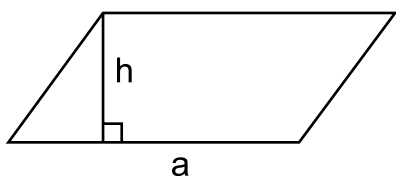
$$\begin{aligned} AO &= CO \\ BO &= DO \end{aligned}$$



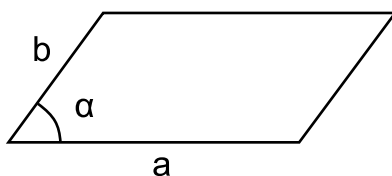
Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника

$$\Delta ABC = \Delta ADC$$

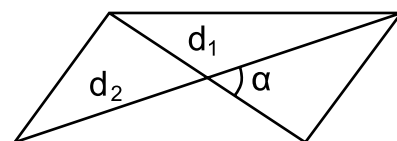
ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



$$S = ah$$



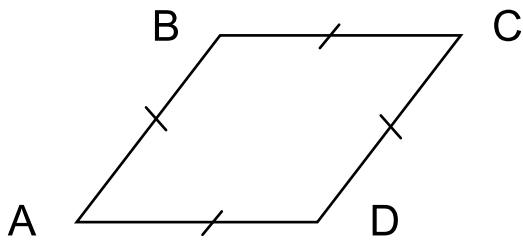
$$S = absin\alpha$$



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$$

Периметр параллелограмма $P = 2(a + b)$,
где **a** и **b** – стороны параллелограмма

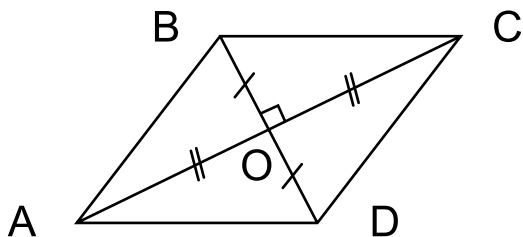
РОМБ



Ромб – это параллелограмм, у которого **все стороны равны**

$$AB = BC = CD = AD$$

Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма и имеет два собственных свойства:

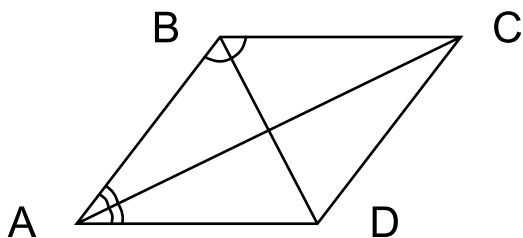


- ① **Диагонали ромба перпендикулярны** и точкой пересечения делятся **пополам**

$$AC \perp BD$$

$$AO = CO$$

$$BO = DO$$

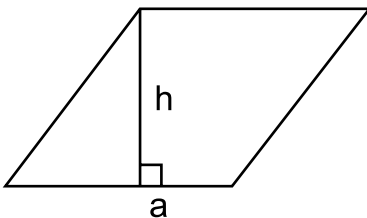


- ② **Диагонали ромба являются биссектрисами его внутренних углов**

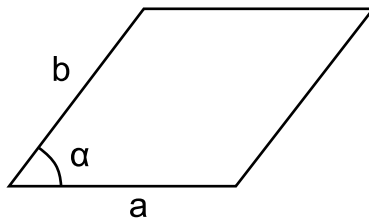
$$\angle DAC = \angle BAC$$

$$\angle ABD = \angle CBD$$

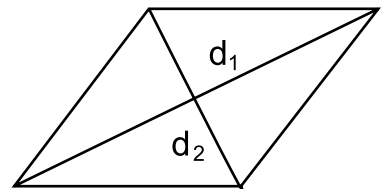
ПЛОЩАДЬ РОМБА



$$S = ah$$



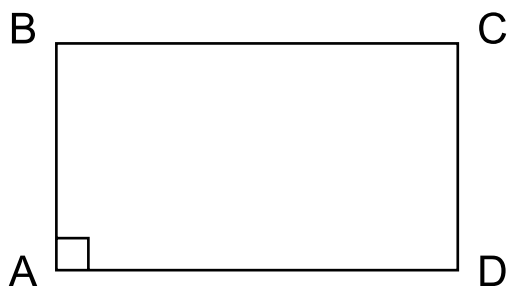
$$S = a^2 \sin \alpha$$



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

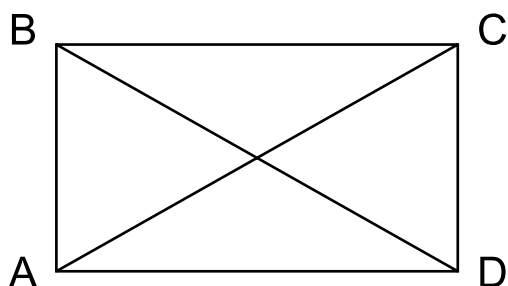
Периметр ромба $P = 4a$,
где **a** – сторона ромба

ПРЯМОУГОЛЬНИК



Прямоугольник – это четырёхугольник, у которого все углы прямые

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$



Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма и имеет одно собственное свойство:

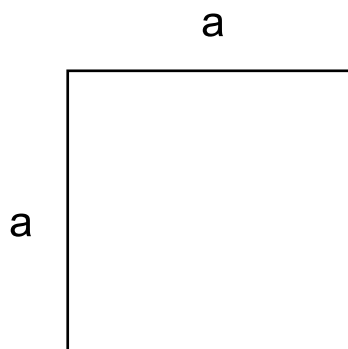
Диагонали прямоугольника **равны**

$$AC = BD$$

Площадь прямоугольника $S = ab$,
где a и b – стороны прямоугольника

Периметр прямоугольника $P = 2(a + b)$,
где a и b – стороны прямоугольника

КВАДРАТ



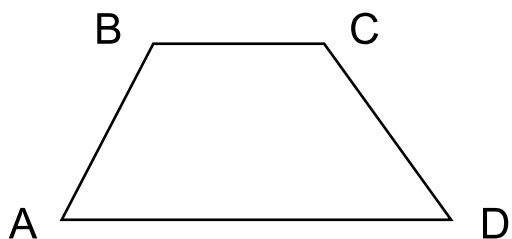
Квадрат – это прямоугольник, у которого **все стороны равны**

Квадрат обладает **всеми** свойствами **ромба** и **прямоугольника**

Площадь квадрата $S = a^2$
Периметр квадрата $P = 4a$



ТРАПЕЦИЯ

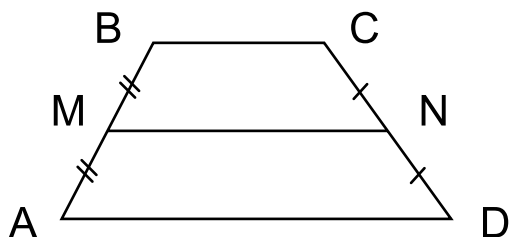


Трапеция – это четырёхугольник, у которого две стороны **параллельны**, а две другие стороны не параллельны

$$AD \parallel BC$$

AD, BC – основания (основы)

AB, CD – боковые стороны



Средняя линия трапеции – это отрезок, соединяющий **середины боковых сторон** трапеции

MN – средняя линия трапеции

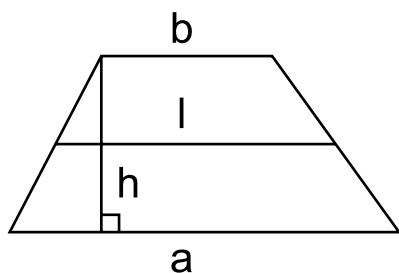
$$AM = BM$$

$$DN = CN$$

Средняя линия параллельна основаниям трапеции и равна их **полусумме**

$$MN \parallel BC, MN \parallel AD, MN = \frac{AD + BC}{2}$$

ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ



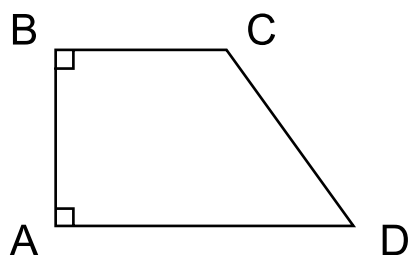
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

где **a**, **b** – основания трапеции,
h – высота трапеции

или

$$S = lh,$$

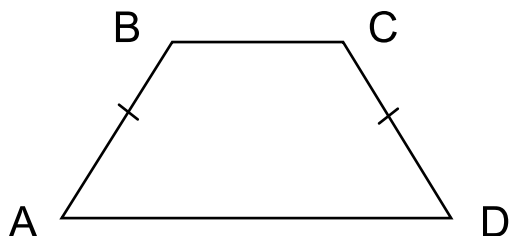
где **l** – средняя линия трапеции,
h – высота трапеции



Трапеция называется **прямоугольной**, если одна из её боковых сторон **перпендикулярна** основаниям

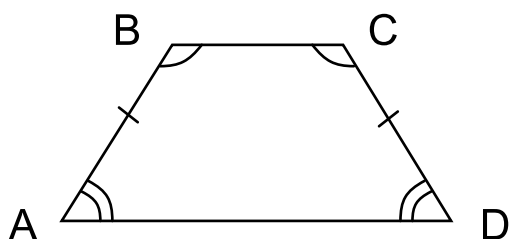
$$AB \perp BC$$

$$AB \perp AD$$



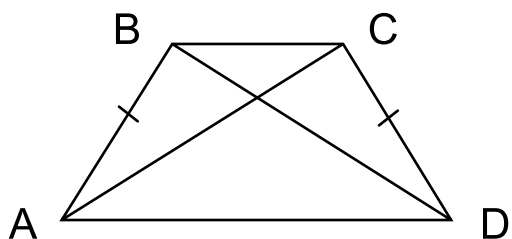
Трапеция называется **равнобедренной (равнобокой)**, если её боковые стороны равны

СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОЙ ТРАПЕЦИИ



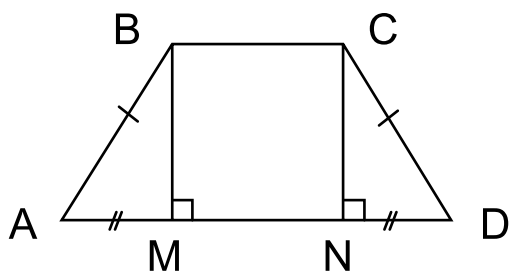
Углы при основаниях равны

$$\begin{aligned}\angle A &= \angle D \\ \angle B &= \angle C\end{aligned}$$



Диагонали равны

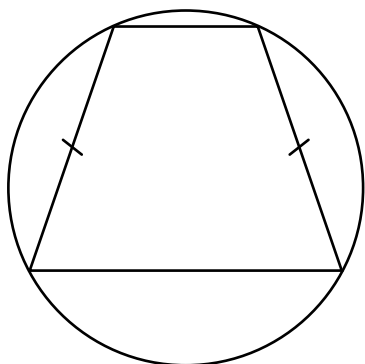
$$AC = BD$$



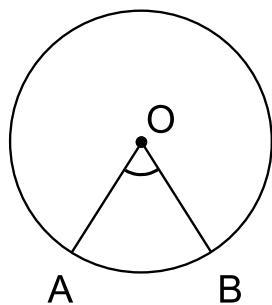
Высоты, проведённые к большему основанию, отсекают от него **равные отрезки**

$$AM = DN = \frac{AD - BC}{2}$$

$$AN = DM = \frac{AD + BC}{2}$$



Только вокруг равнобедренной трапеции **можно описать окружность**



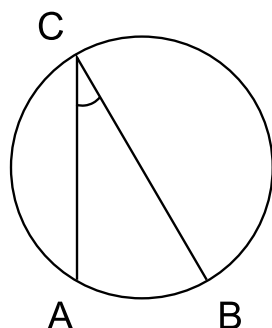
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ

Центральный угол – это угол, **вершина** которого находится **в центре** окружности

O – центр окружности
 $\angle AOB$ – центральный

Градусная мера центрального угла равна градусной мере соответствующей **дуги** окружности

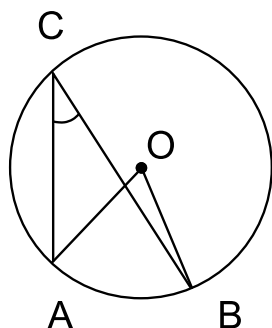
$$\angle AOB = \cup AB$$



ВПИСАННЫЙ УГОЛ

Вписанный угол – это угол, **вершина** которого лежит **на окружности**, а стороны пересекают её

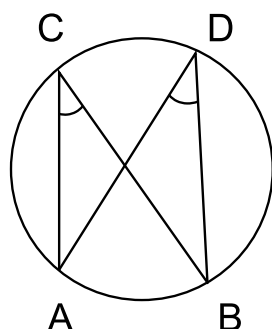
$\angle ACB$ – вписанный



Вписанный угол измеряется **половиной дуги**, на которую он опирается

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$$

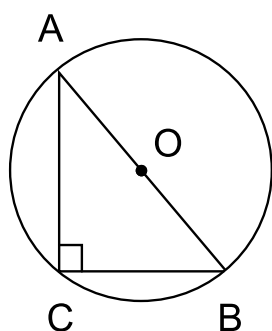
Вписанный угол равен **половине центрального угла**, опирающегося на ту же дугу



$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

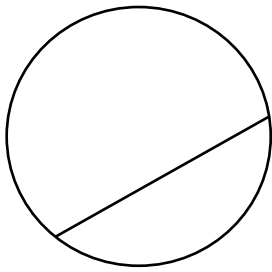
Вписанные углы, опирающиеся на **одну и ту же дугу**, **равны**

$$\angle ACB = \angle ADB$$

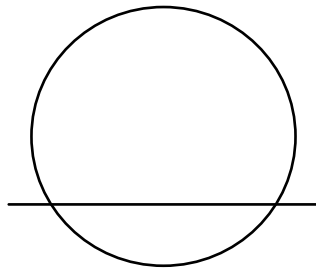


Вписанный угол, опирающийся на **полуокружность**, равен **90°**

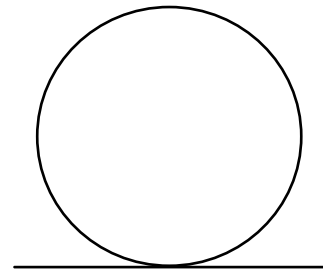
$$\angle ACB = 90^\circ$$



Хорда – отрезок, соединяющий две точки на окружности



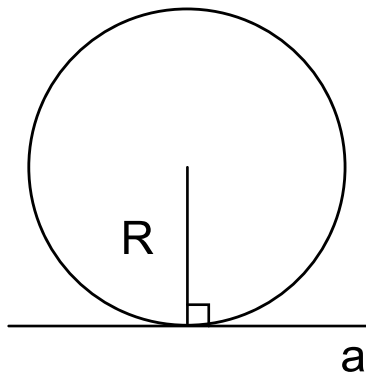
Секущая – прямая, которая имеет две общие точки с окружностью



Касательная – прямая, которая имеет одну общую точку с окружностью



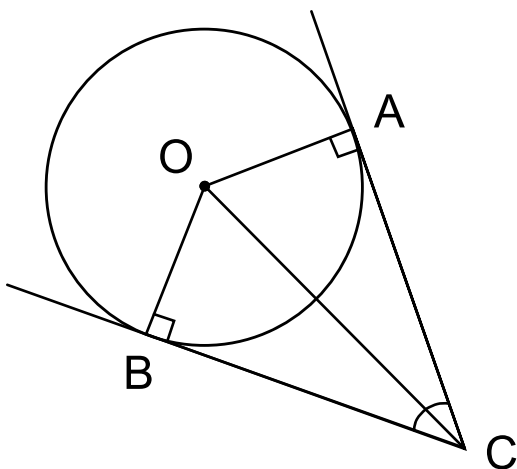
СВОЙСТВА КАСАТЕЛЬНОЙ



Касательная к окружности **перпендикулярна радиусу**, проведённому в точку касания

$$a \perp R$$

Если из точки к окружности проведены **две касательные**, то:



- ① **Длины отрезков касательных** от этой точки до точки касания **равны**

$$AC = BC$$

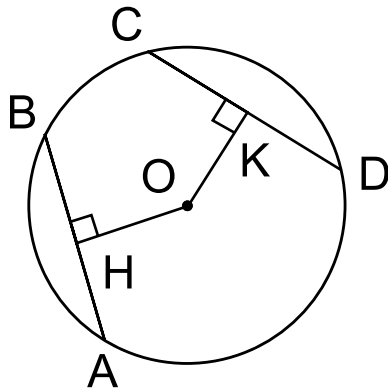
- ② **Прямая**, проходящая через **центр** окружности и эту точку, делит **угол** между касательными **пополам**

$$\angle ACO = \angle BCO$$





СВОЙСТВА ХОРДЫ



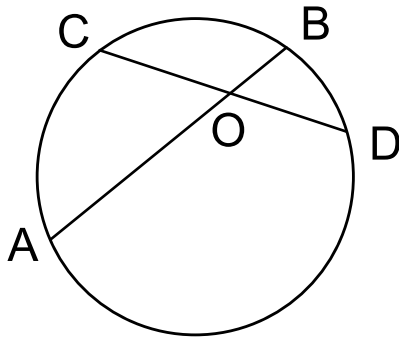
Хорды, **равноудаленные от центра** окружности, **равны**

ОН – расстояние от центра О до хорды АВ

ОК – расстояние от центра О до хорды CD

$$OH = OK$$

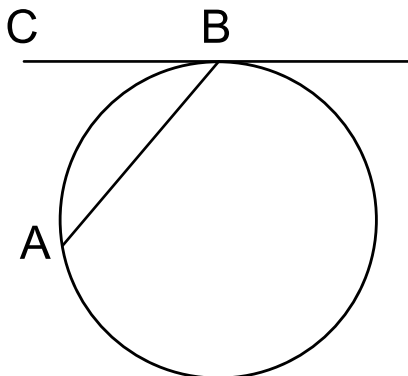
$$AB = CD$$



Для любых двух хорд АВ и CD, пересекающихся в точке О, выполняется

$$AO \cdot OB = CO \cdot OD$$

ТЕОРЕМА О ХОРДЕ И КАСАТЕЛЬНОЙ



Угол между касательной и хордой, проведёнными через одну точку на окружности, равен **половине дуги**, которую стягивает данная хорда

BC – касательная

AB – хорда

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AB$$



ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Правильный многоугольник – это многоугольник, у которого все стороны и все углы равны

Формула угла между сторонами **правильного n-угольника**:

$$\alpha = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$$

Площадь круга

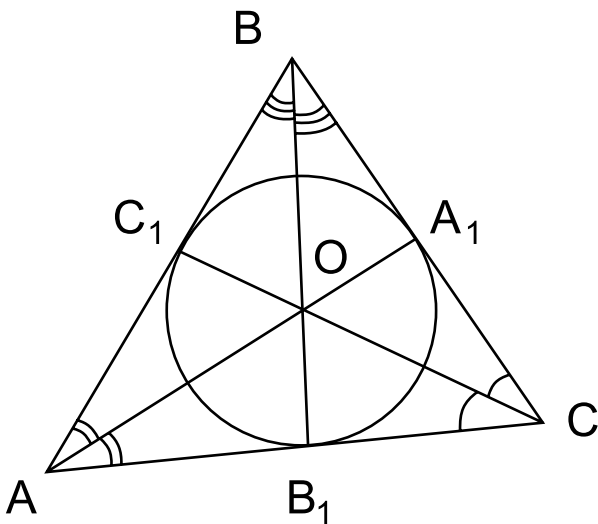
$$S = \pi r^2$$

Длина окружности

$$l = 2\pi r$$



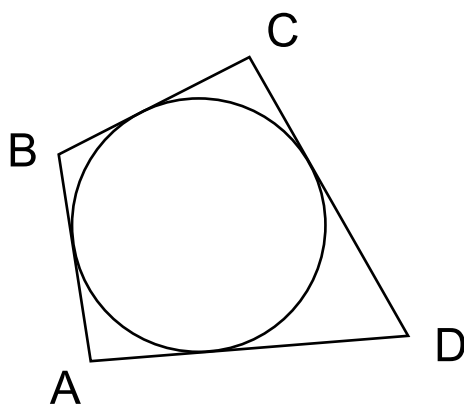
ВПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ



Центр окружности, **вписанной в треугольник**, находится в точке пересечения его **биссектрис**

O – точка пересечения биссектрис AA₁, BB₁ и CC₁

O – центр вписанной в $\triangle ABC$ окружности



В четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных сторон равны

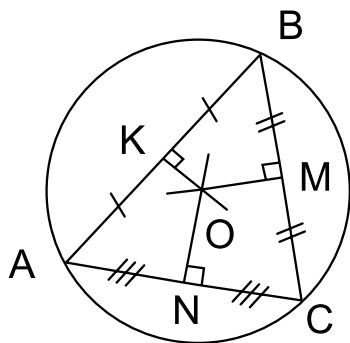
$$AB + CD = BC + AD$$

Вписанная в правильный многоугольник окружность **касается середин** его сторон

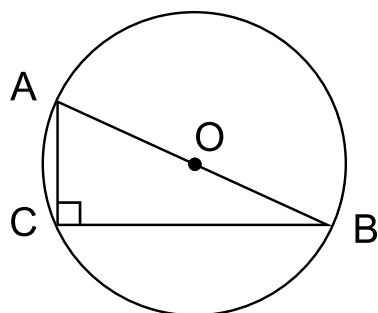
Площадь многоугольника (в т.ч. треугольника), в который **можно вписать** окружность, равна **произведению полупериметра** этого многоугольника и **радиуса вписанной** окружности

$$S = pr$$

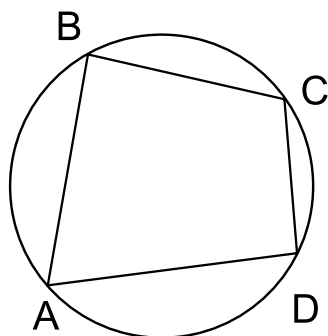
ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ



Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника



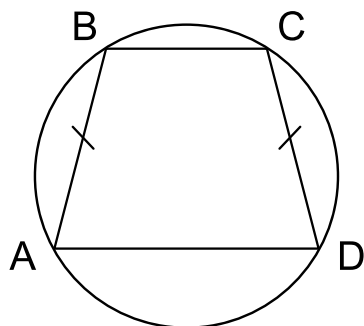
Центр описанной около прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы



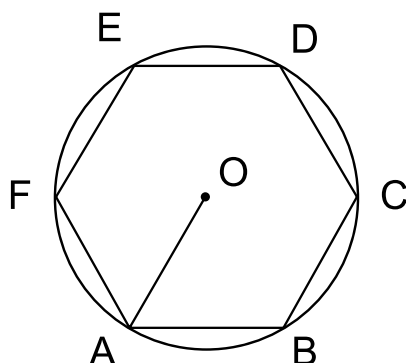
Вокруг четырёхугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда суммы величин его противоположных углов равны 180°

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$



Окружность можно описать только вокруг равнобедренной трапеции



Радиус описанной около правильного шестиугольника окружности равен стороне этого шестиугольника

ABCDEF – правильный шестиугольник
 $AO = AB$